

Методы расчета интеграла освещенности на основе трассировки лучей

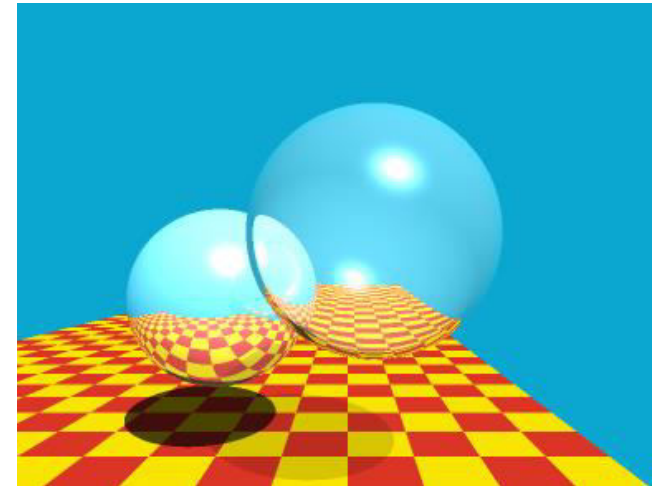
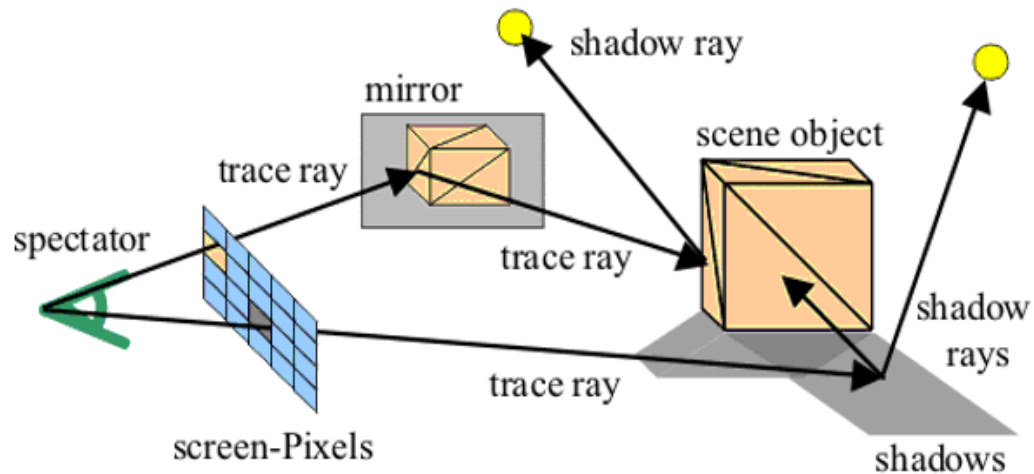
Фролов В.А., Игнатенко А.В.

План лекции

- Трассировка лучей
 - Структуры пространственного разбиения
- Интеграл освещенности
 - Метод Монте-Карло, biased/unbiased методы
- Стохастическая трассировка лучей
 - PT, LT, BDPT, MLT, ERPT
 - Стратегии сэмплирования – стохастическая и детерминированная
 - MIS
- Фотонные карты
 - PPM
- Оптимизации
 - Кэш освещенности (Irradiance cache)
 - Параллелизм

Трассировка лучей

- “Whitted-style Ray Tracing”



Трассировка лучей

- Генерация лучей

```
float3 EyeRayDir(float x, float y, float w, float h)
{
    float fov = 3.141592654f / (2.0f);
    float3 ray_dir;

    ray_dir.x = x + 0.5f - (w / 2.0f);
    ray_dir.y = y + 0.5f - (h / 2.0f);
    ray_dir.z = -(w) / tan(fov / 2.0f);

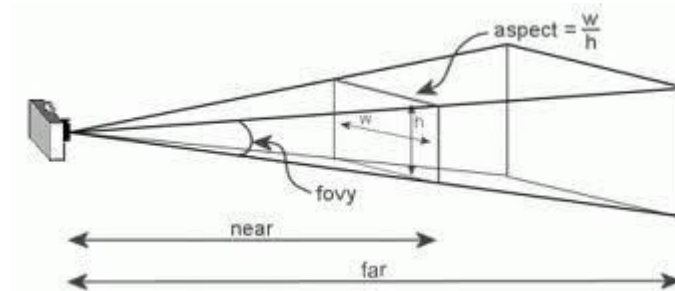
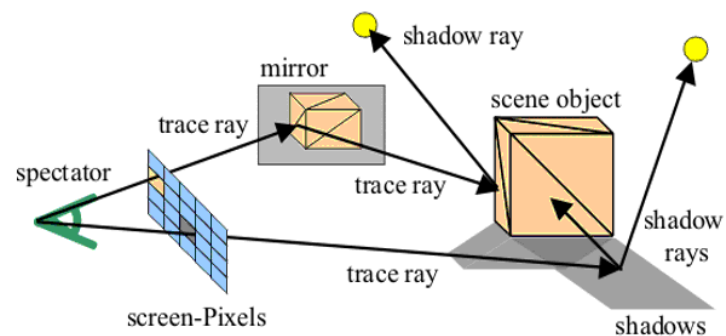
    return normalize(ray_dir);
}
```

```
float3 EyeRayDir2(float x, float y, float w, float h)
{
    float4 pos( 2.0f * (x + 0.5f) / w - 1.0f,
               -2.0f * (y + 0.5f) / h + 1.0f, 0.0f, 1.0f );

    pos = g_mViewProjInv * pos; // (mView*mProj)-1*pos
    pos /= pos.w;

    pos.y *= (-1.0f);

    return normalize(pos.xyz);
}
```



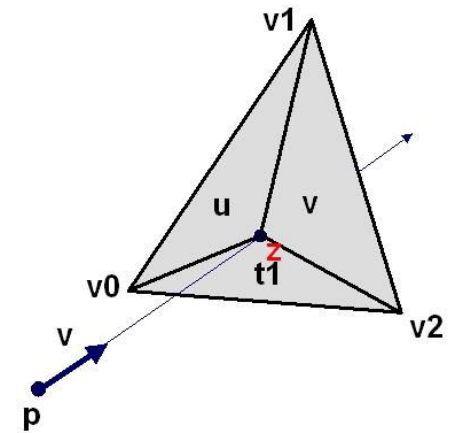
Трассировка лучей

- Пересечение лучей и примитивов

$$u := u/S$$

$$v := v/S$$

$$t1 := t1/S \quad (t1 = 1 - u - v)$$



$$z(u, v) = (1 - u - v) * v1 + u * v2 + v * v0$$

$$z(t) = p + t * d$$

$$p + t * d = (1 - u - v) * v1 + u * v2 + v * v0$$

Трассировка лучей

- Пересечение лучей и примитивов

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{dot}(P, E1)} * \begin{bmatrix} \text{dot}(Q, E2) \\ \text{dot}(P, T) \\ \text{dot}(Q, D) \end{bmatrix}$$

$$E1 = v1 - v0$$

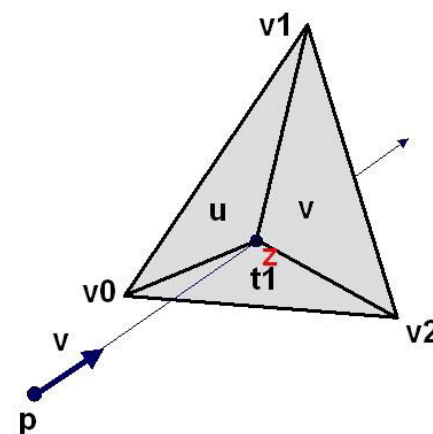
$$E2 = v2 - v0$$

$$T = p - v0$$

$$P = \text{cross}(D, E2)$$

$$Q = \text{cross}(T, E1)$$

$$D = v$$

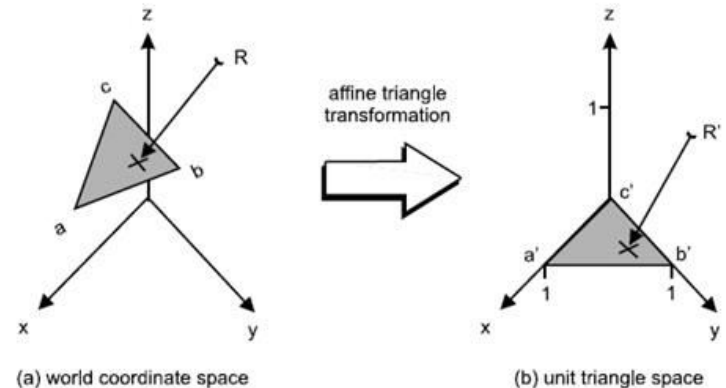


Трассировка лучей

- Пересечение лучей и примитивов
– “unit test”

```
float3 o = mul3x4(m, ray_origin);
float3 d = mul3x3(m, ray_direction);
```

```
float t = -o.z/d.z;
float u = o.x + t*d.x;
float v = o.y + t*d.y;
```

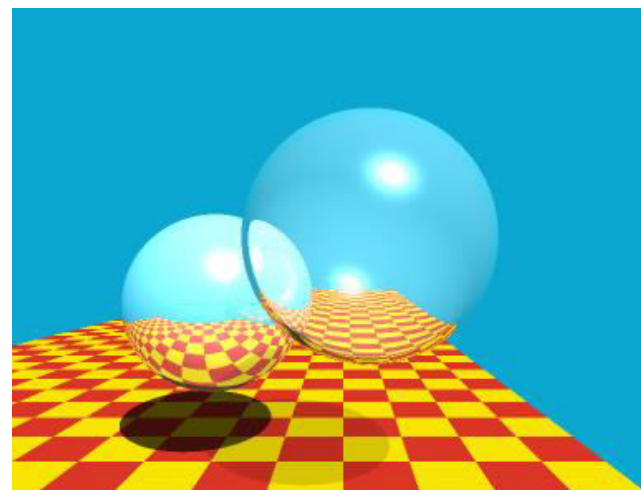
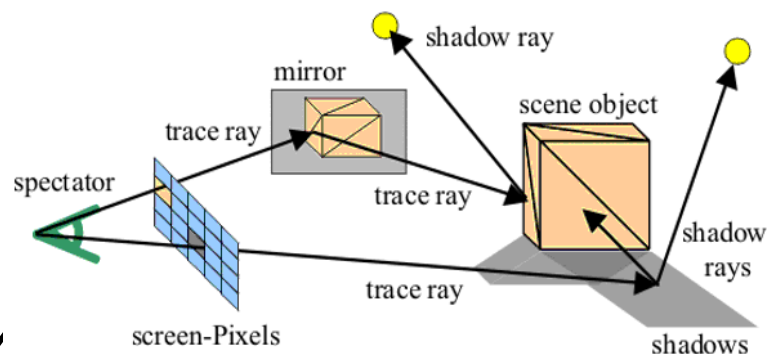


$$T_{\Delta}^{-1}(X) = \begin{pmatrix} A_x - C_x & B_x - C_x & N_x - C_x \\ A_y - C_y & B_y - C_y & N_y - C_y \\ A_z - C_z & B_z - C_z & N_z - C_z \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} T_{\Delta}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= A & T_{\Delta}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} &= B \\ T_{\Delta}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= C & T_{\Delta}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} &= N \end{aligned}$$

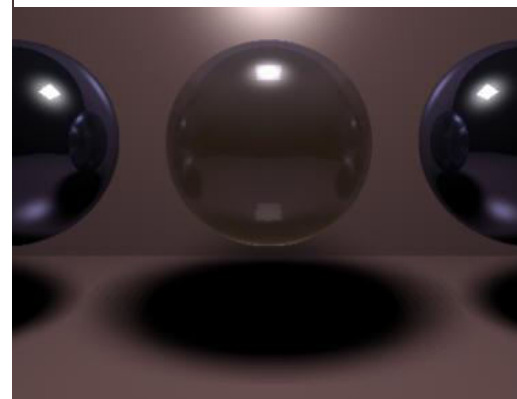
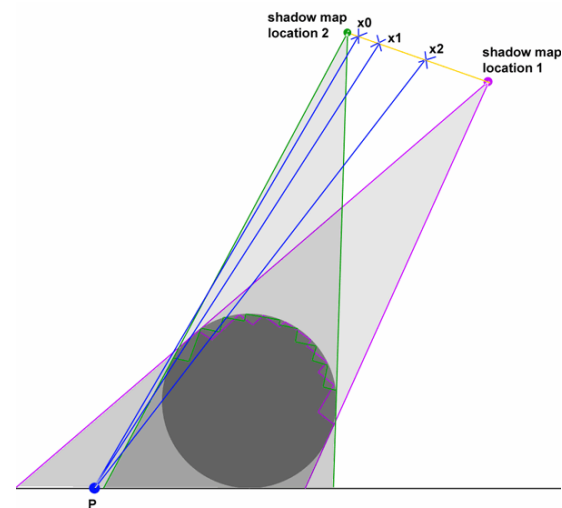
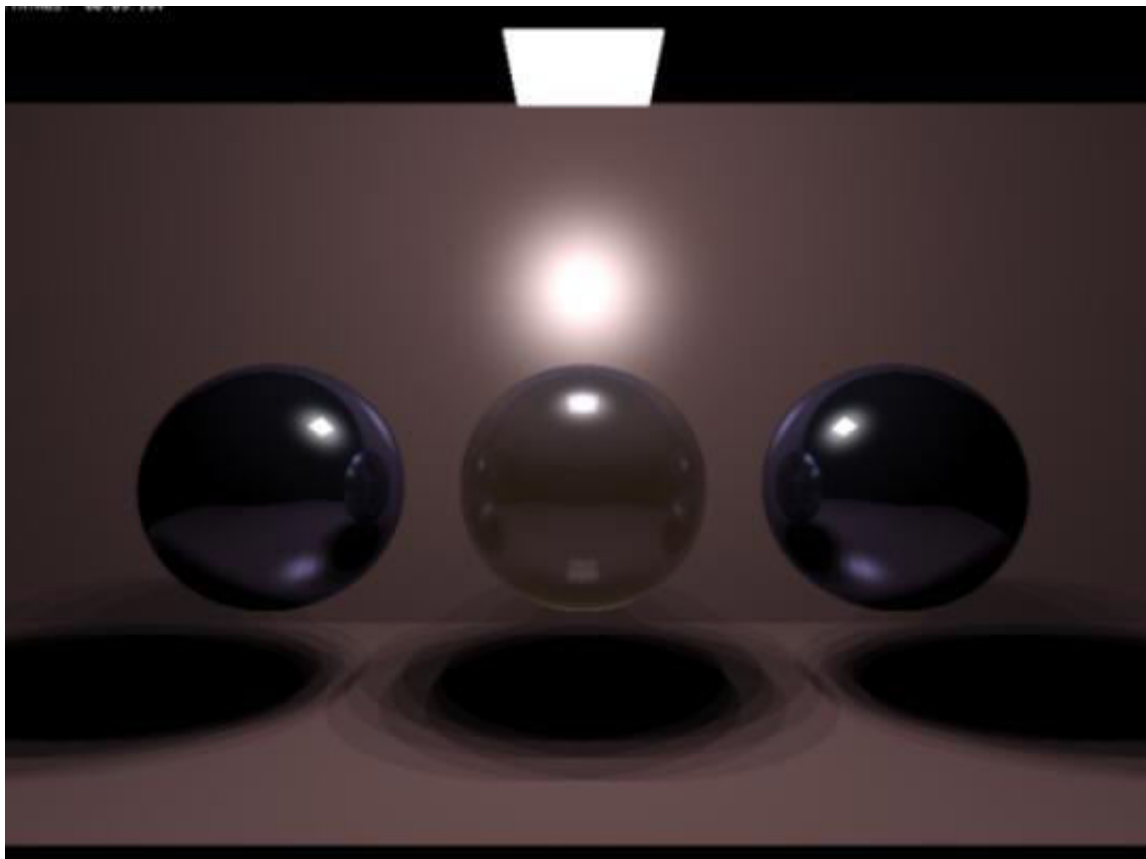
Трассировка лучей

- Затенение (shading)
- $\text{color} += 1/(R * R);$
- ?
- Отражения/преломления



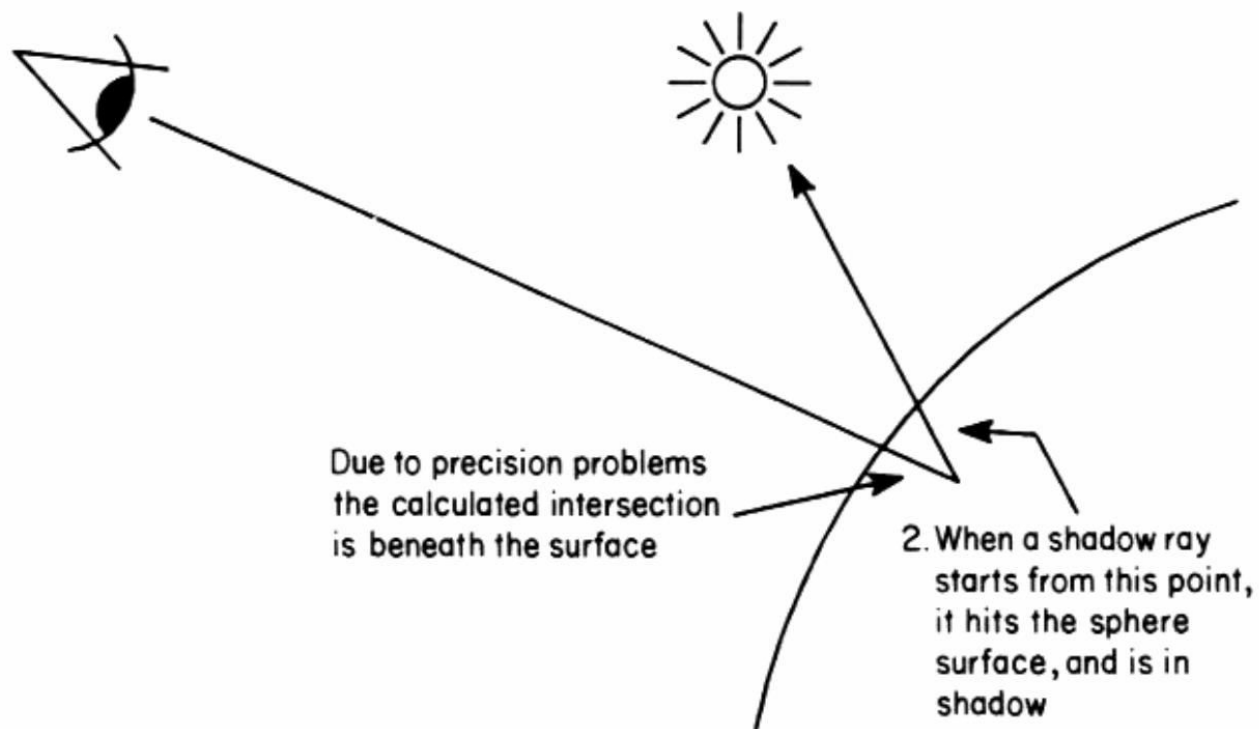
Трассировка лучей

- Мягкие тени



Трассировка лучей

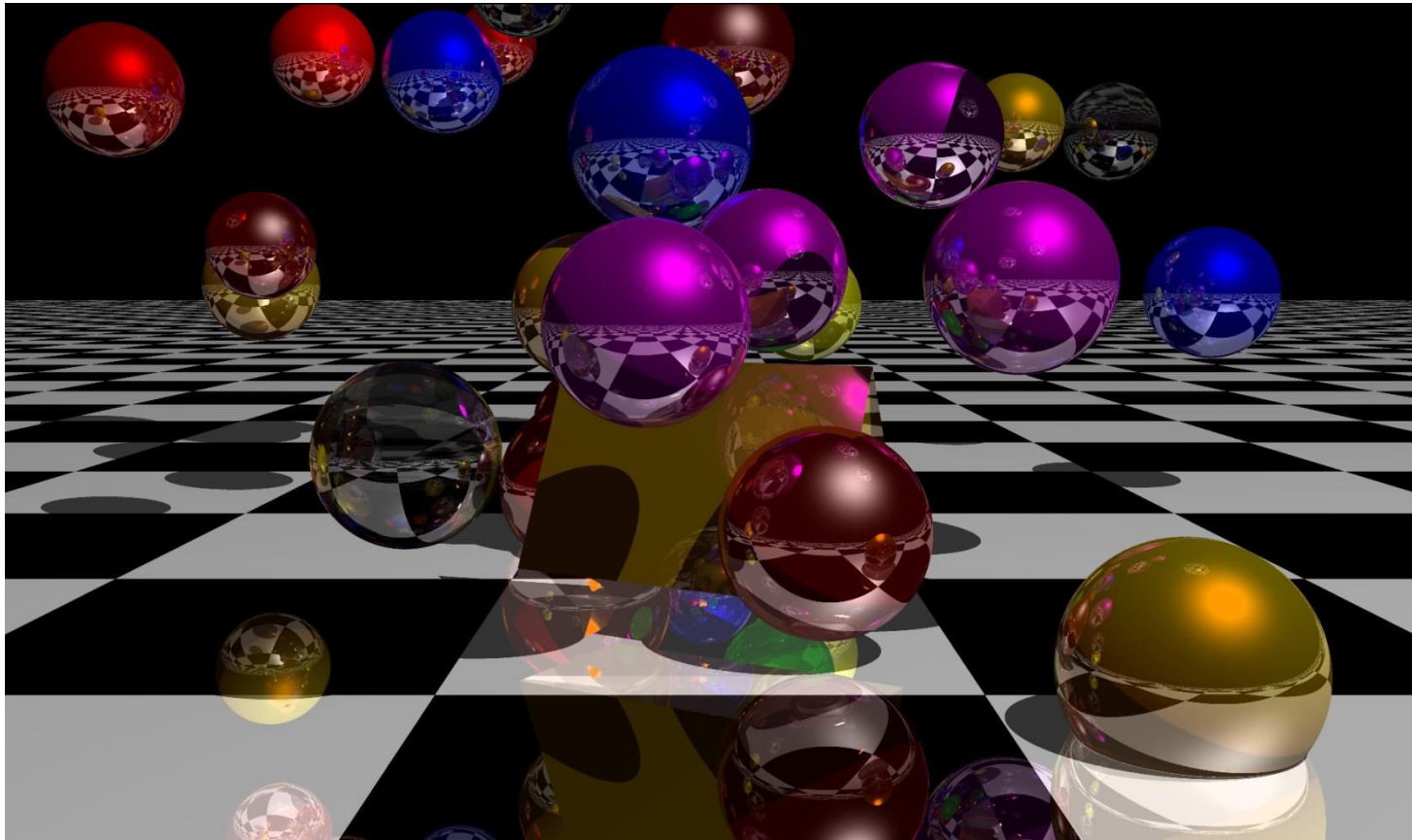
- Проблема точности



Problem in surface intersection.

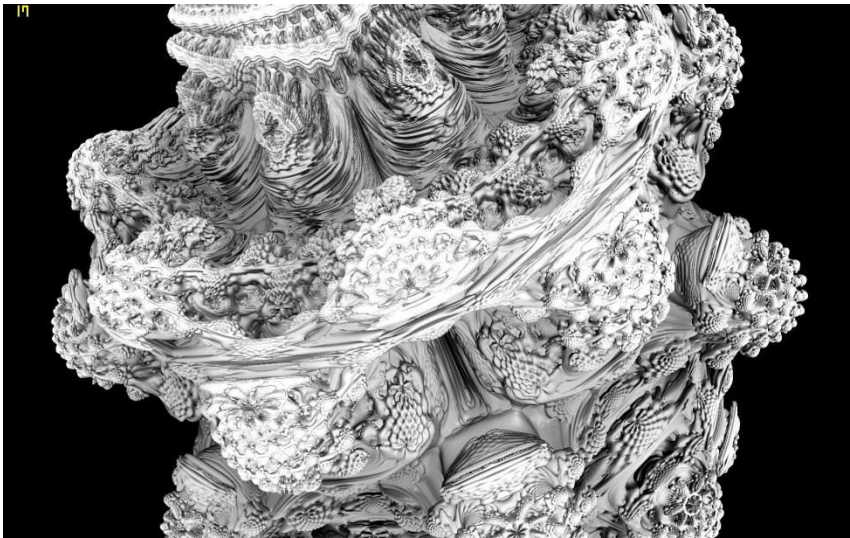
Трассировка лучей

- “Whitted Ray Tracing”

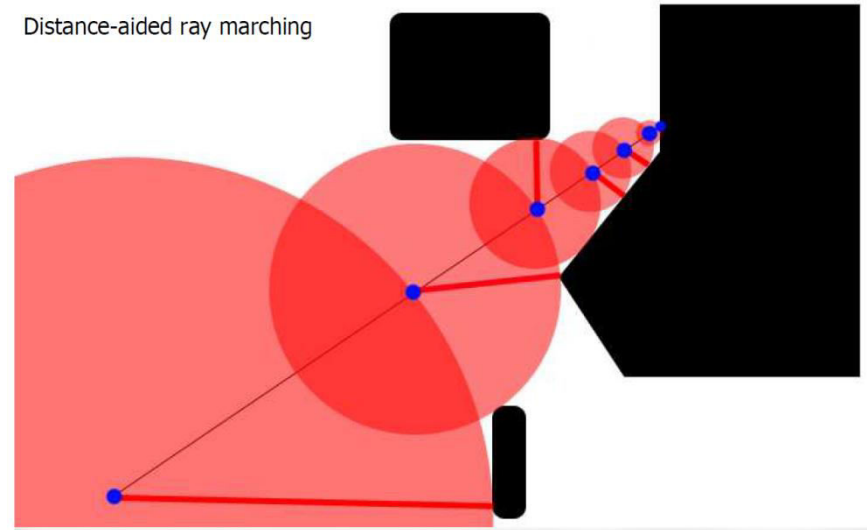


Трассировка лучей

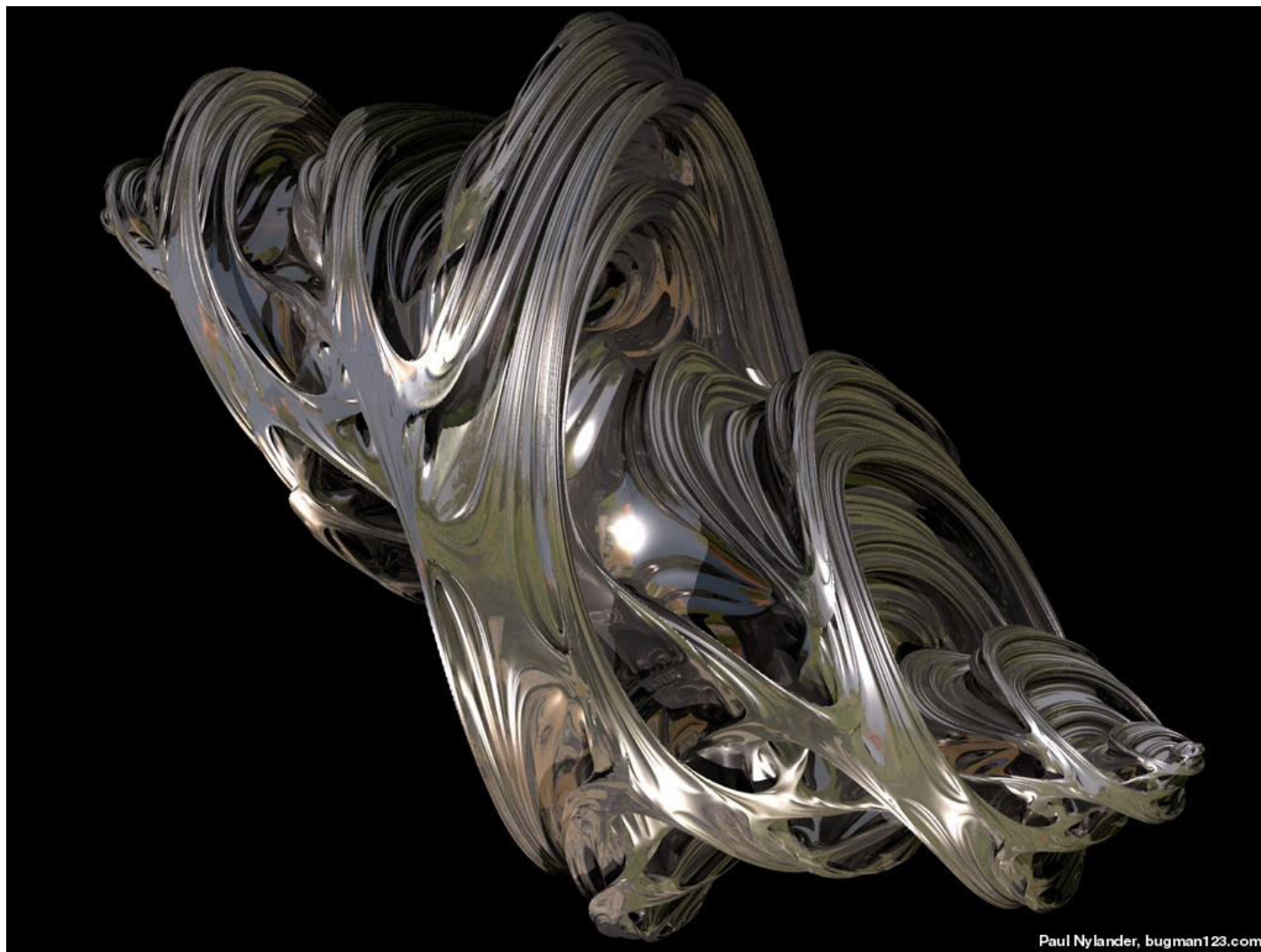
- Функции расстояния
- $D = f(x, y, z)$
- Distance-Aided Ray Marching



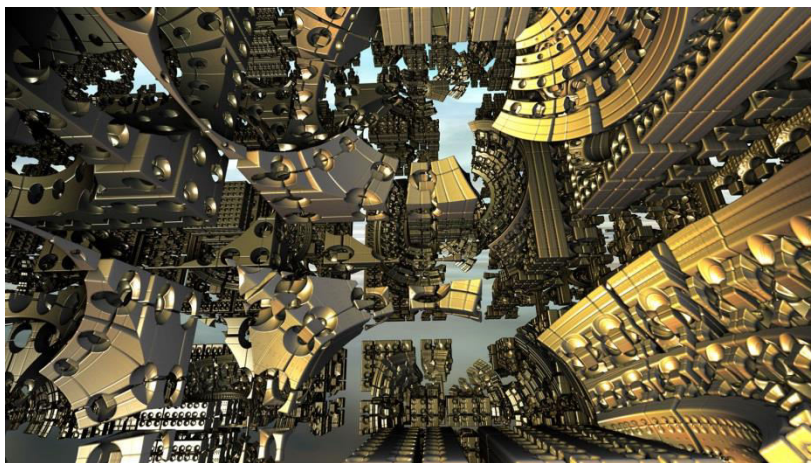
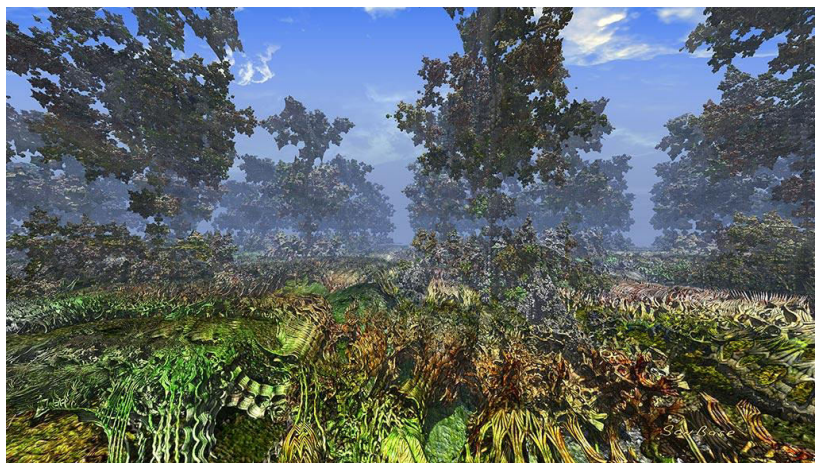
Distance-aided ray marching



Трассировка лучей



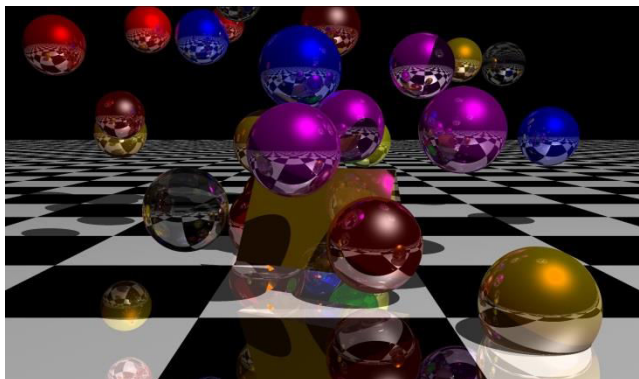
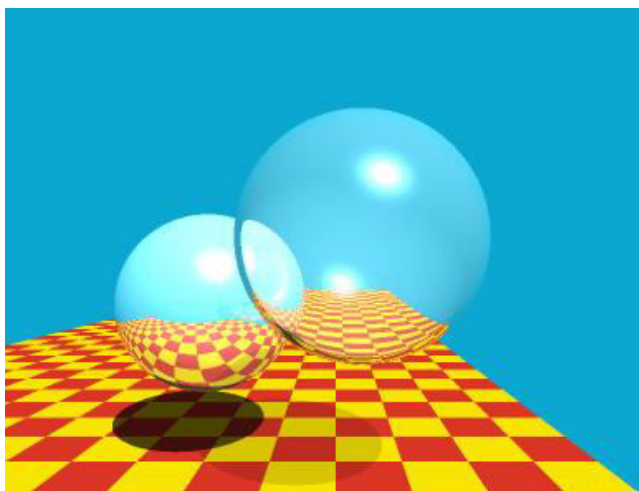
Трассировка лучей



<http://www.gamedev.ru/code/forum/?id=146616>

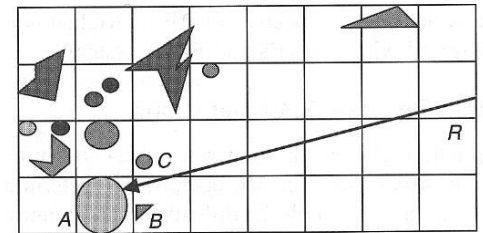
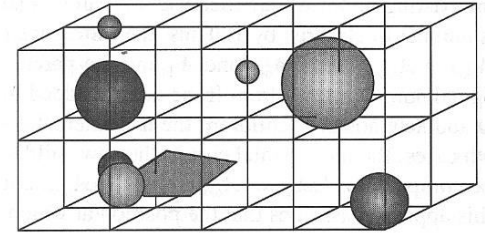
Трассировка лучей

- Проблема (много треугольников)
 - Поиск пересечений



Трассировка лучей

- Ускоряющие структуры
 - Регулярные и иерархические сетки
 - Октодеревья
 - kd-деревья, bsp-деревья
 - BVH-деревья, VH деревья
- Резюме по ускоряющим структурам
 - Нерегулярные разбиения лучше регулярных
 - Деревья должны быть разбалансированы
 - Наиболее практичной структурой считается BVH



Трассировка лучей

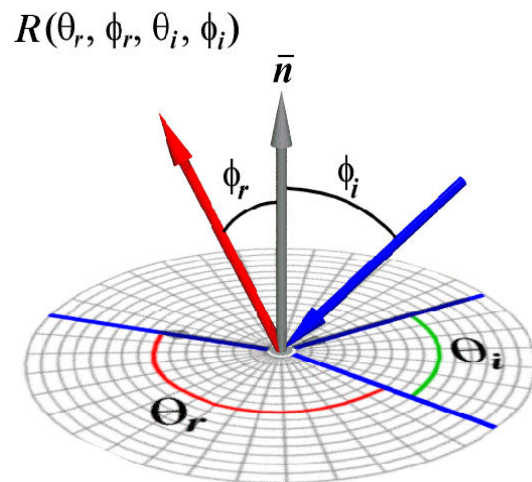


Интеграл освещенности

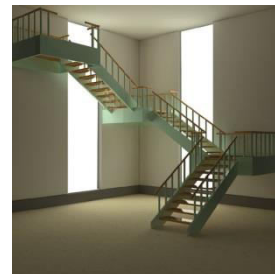
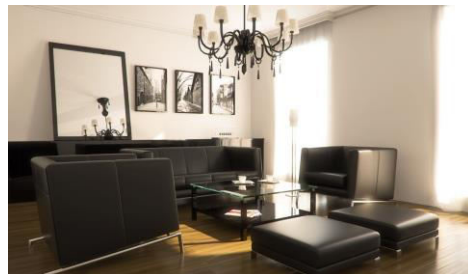
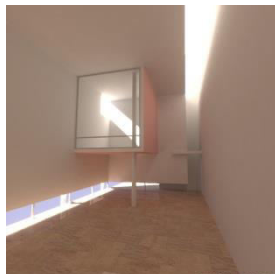
$$I(\varphi_r, \theta_r) = \int_{\varphi_i} \int_{\theta_i} L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i}) d\varphi_i d\theta_i$$

n – нормаль

l_{φ_i, θ_i} – вектор



Глобальное освещение

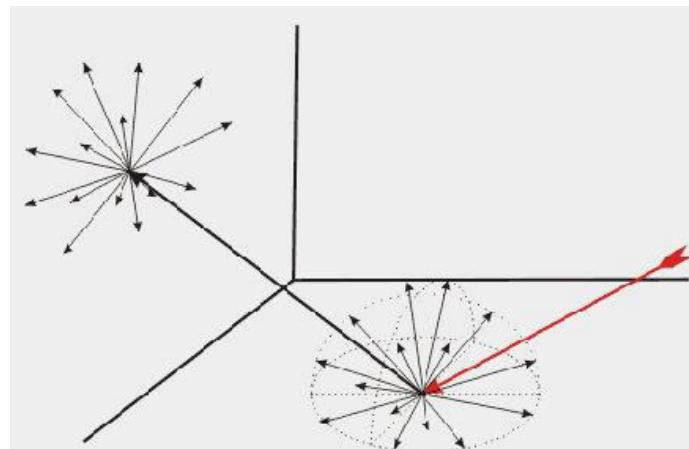
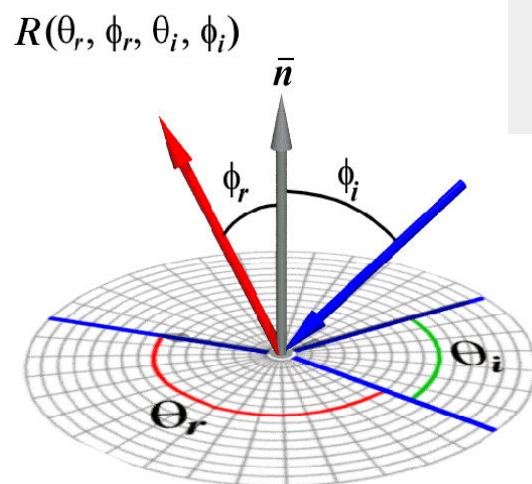


Интеграл освещенности

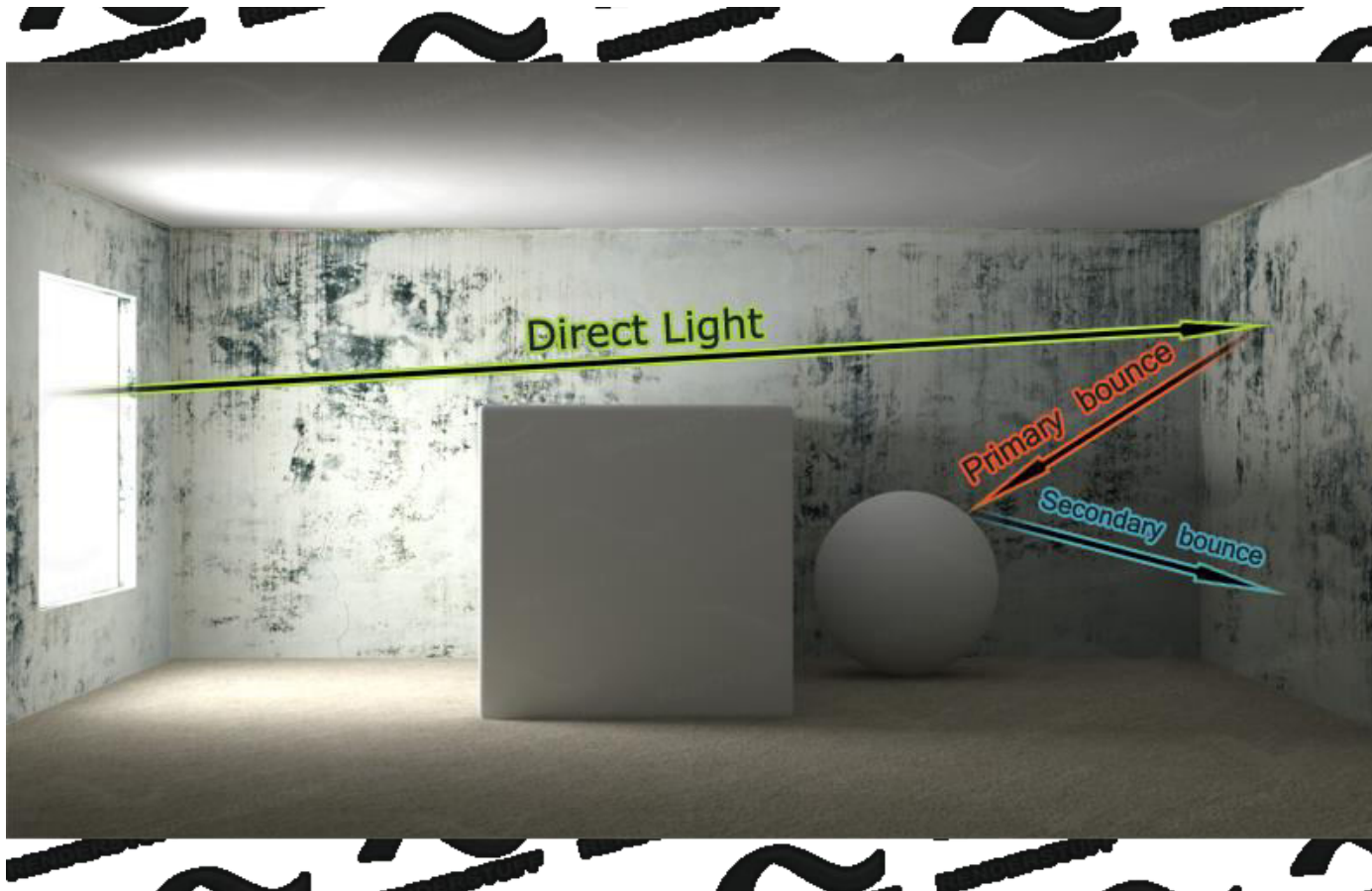
$$I(\varphi_r, \theta_r) = \int_{\varphi_i} \int_{\theta_i} L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i}) d\varphi_i d\theta_i$$

n – нормаль

l_{φ_i, θ_i} – вектор



Глобальное освещение



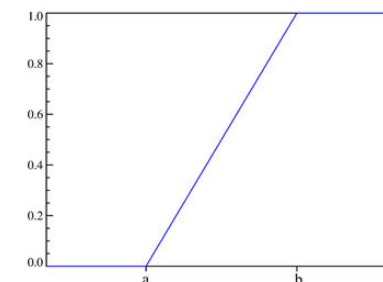
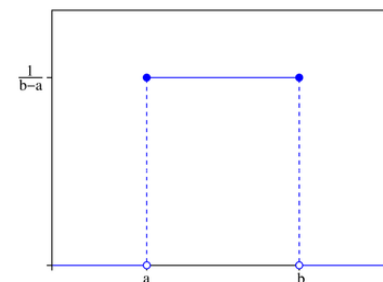
$$I(\varphi_r, \theta_r) = \int_{\varphi_i} \int_{\theta_i} L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i}) d\varphi_i d\theta_i$$

Метод Монте-Карло

- u – случ. Величина, равн. Распред. на $[a, b]$
- Тогда $f(u)$ – тоже случ. величина.

$$Ef(u) = \int_a^b f(x) \varphi(x) dx$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{b-a}$$



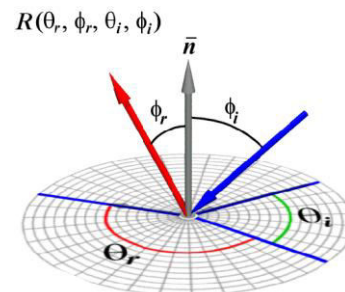
$$\int_a^b f(x) dx = (b-a)Ef(u) \approx \frac{b-a}{N} \sum f(u_i)$$

Метод Монте-Карло

$$I(\varphi_r, \theta_r) = \int \int_{\varphi_i, \theta_i} L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i}) d\varphi_i d\theta_i$$

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) Ef(u) \approx \frac{b-a}{N} \sum f(u_i)$$

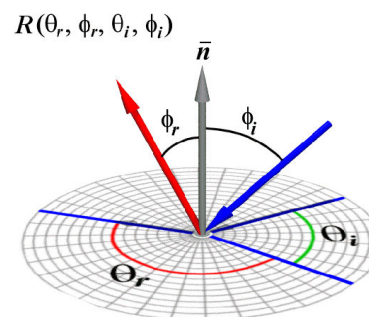
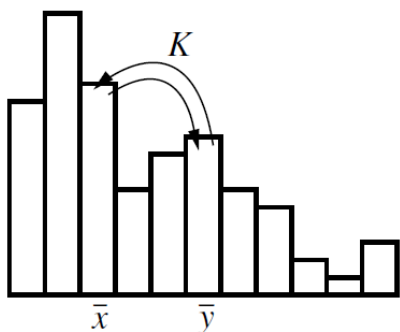
$$I(\varphi_r, \theta_r) \approx \frac{\sum_i L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i})}{N}$$



Метод Монте-Карло

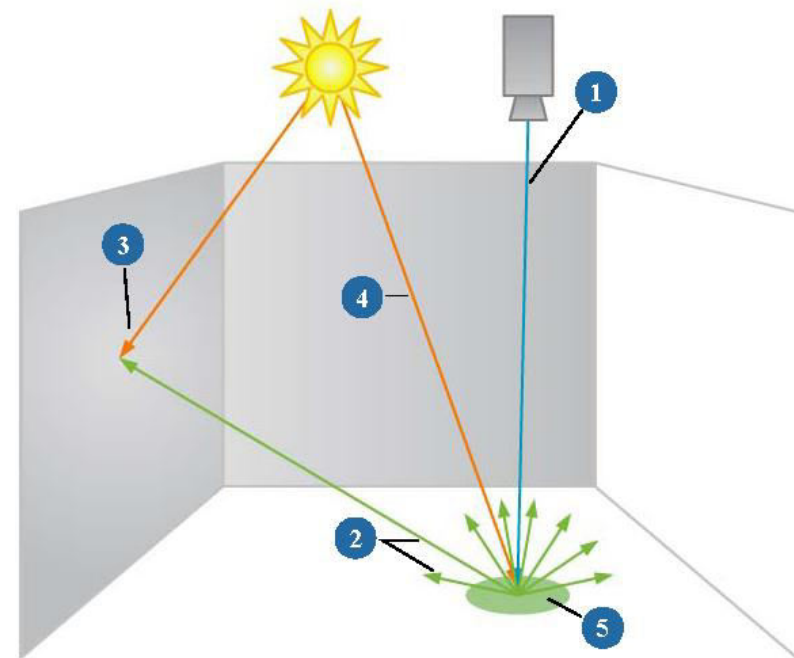
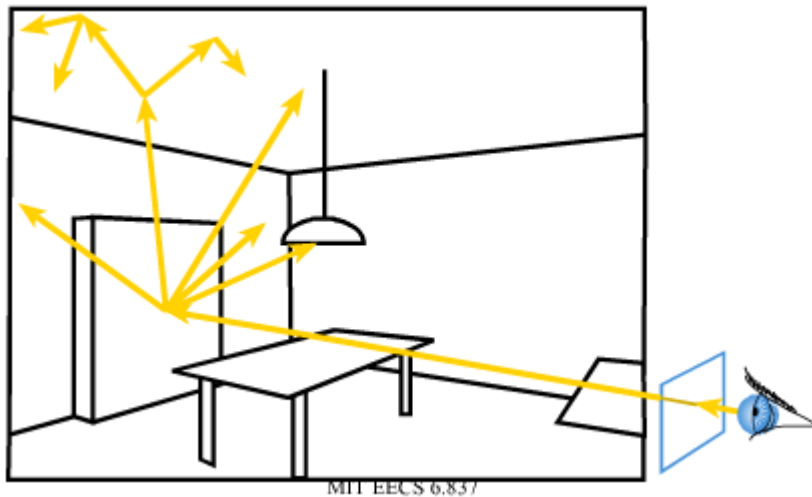
- Смещенная оценка (biased)
- Несмещенная оценка (unbiased)
- Выборка по значимости (Importance sampling)

$$I(\varphi_r, \theta_r) \approx \frac{\sum_i L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i})}{N} \approx \frac{\sum_i f(u_i)}{M}$$



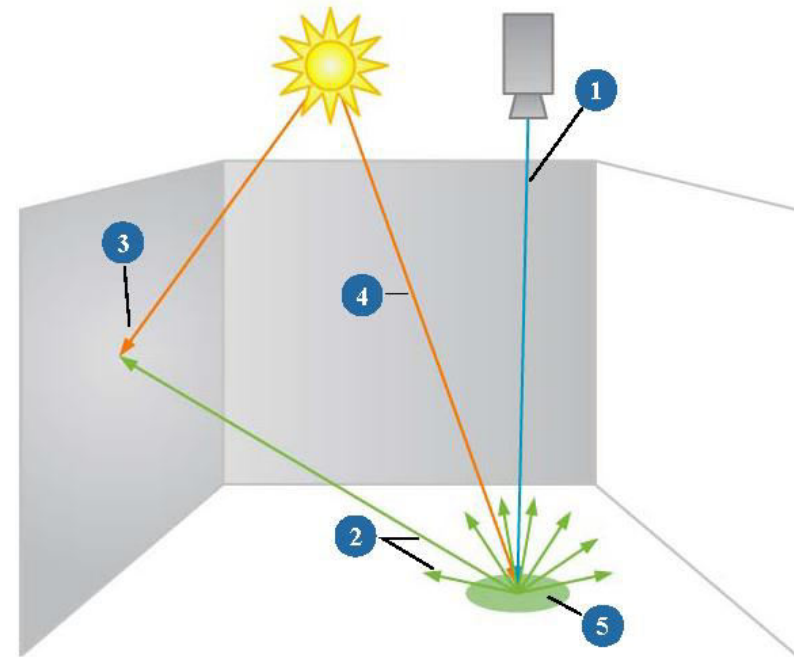
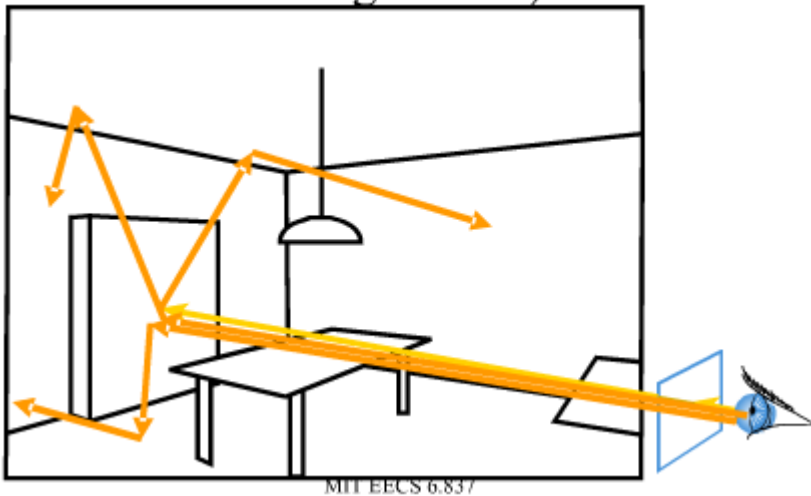
Монте-Карло Трассировка

$$I(\varphi_r, \theta_r) \approx \frac{\sum_{i,r} L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i})}{N}$$



Трассировка путей

$$I(\varphi_r, \theta_r) \approx \frac{\sum_i L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i})}{N}$$



Исходные параметры: ray - Луч, depth - глубина рекурсии

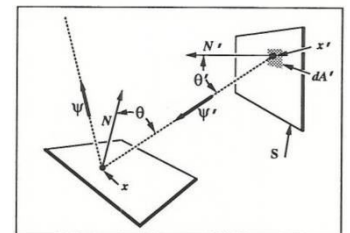
Результат: Монте-Карло выборка значения освещенности

Function *TracePath*(ray: Ray; depth : Integer) : Integer **is**

```
    if depth == MAX_DEPTH then  
        | return Black;  
    end  
    hit  $\leftarrow$  RaySceneIntersection(ray)  
    if not hit.exists then  
        | return Black;  
    end  
    m  $\leftarrow$  hit.material  
    if m.IsLight then  
        | return m.emittance;  
    end  
    newRay.O  $\leftarrow$  hit.pos  
    newRay.D  $\leftarrow$  RandomUnitVectorInHemisphereOf(hit.norm)  
    cosTheta  $\leftarrow$  dot(newRay.D, hit.norm)  
    BRDF  $\leftarrow$  m.reflectance * cosTheta  
    return BRDF * TracePath(newRay, depth + 1) ;
```

end

Алгоритм 2: Простейший вид Монте-Карло трассировки путей. I



Генерация случайного луча

```
float3 MapSamplesToSphere(float r1, float r2) // [0..1]
{
    float phi = r1*3.141592654f*2;           //[0..2*PI]
    float h    = r2*2 - 1;                   //[-1..1]

    float sin_phi, cos_phi;
    sincosf(phi, &sin_phi, &cos_phi);

    float x = sin_phi*sqrt(1-h*h);
    float y = cos_phi*sqrt(1-h*h);
    float z = h;

    return float3(x,y,z);
}
```

Что вычислять и когда остановиться?

- Нужно накапливать:
 - Сумму цветов
 - Сумму квадратов цветов
- Ошибка оценивается из
 - Стандартного отклонения

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i)^2}{n}}{n-1}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{D}{n}}$$

$$C_0 = P_0$$

$$C_1 = \frac{1}{2}C_0 + \frac{1}{2}P_1$$

$$C_2 = \frac{2}{3}C_1 + \frac{1}{3}P_2$$

$$C_3 = \frac{3}{4}C_2 + \frac{1}{4}P_3$$

...

$$C_n = \frac{n}{n+1}C_{n-1} + \frac{1}{n+1}P_n$$

Выборка по значимости

Исходные параметры: ray - Луч, depth - глубина рекурсии

Результат: Монте-Карло выборка значения освещенности

Function *TracePath*(ray: Ray; depth : Integer) : Integer is

```
if depth == MAX_DEPTH then
    return Black;
end
hit ← RaySceneIntersection(ray)
if not hit.exists then
    return Black;
end
m ← hit.material
if m.IsLight then
    return m.emittance;
end
newRay.O ← hit.pos
newRay.D ← RandomUnitVectorInHemisphereOf(hit.norm)
cosTheta ← dot(newRay.D, hit.norm)
BRDF ← m.reflectance * cosTheta
return BRDF * TracePath(newRay, depth + 1) ;
```

end

Алгоритм 2: Простейший вид Монте-Карло трассировки путей. I

Исходные параметры: ray - Луч, depth - глубина рекурсии

Результат: Монте-Карло выборка значения освещенности

Function *TracePath*(ray: Ray; depth : Integer) : Integer is

```
if depth == MAX_DEPTH then
    return Black;
end
hit ← RaySceneIntersection(ray)
if not hit.exists then
    return Black;
end
m ← hit.material
if m.IsLight then
    return m.emittance;
end
newRay.O ← hit.pos
newRay.D ← RandomCosineVectorOf(hit.norm)
BRDF ← m.reflectance
return BRDF * TracePath(newRay, depth + 1) ;
```

end

Алгоритм 3: Трассировка путей с учетом косинусоидального распределения отраженных лучей.

Генерация случайного луча

```
float3 MapSampleToCosineDistribution(float r1, float r2)
{
    float e = 1.0;
    float sin_phi, cos_phi;

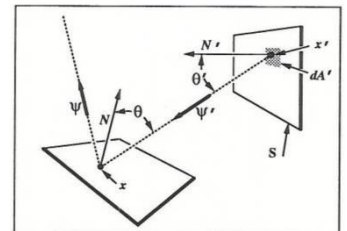
    sincosf(2*r1*3.141592654f, &sin_phi, &cos_phi);

    float cos_theta = powf(1.0f-r2,1.0f/(e+1.0f));
    float sin_theta = sqrtf(1.0f-cos_theta*cos_theta);

    float x = sin_theta*cos_phi;
    float y = sin_theta*sin_phi;
    float z = cos_theta;

    return float3(x,y,z);
}
```

<http://www.raytracegroundup.com/>



Генерация случайного луча

- Не диффузная BRDF

```
float3 MapSampleToCosineDistribution(float r1, float r2,
                                     float3 direction, float3 hit_norm, float power) {
    float e = power;
    float sin_phi, cos_phi;

    sincosf(2*r1*3.141592654f, &sin_phi, &cos_phi);

    float cos_theta = powf(1.0f-r2,1.0f/(e+1.0f));
    float sin_theta = sqrtf(1.0f-cos_theta*cos_theta);

    float3 deviation(sin_theta*cos_phi, sin_theta*sin_phi, cos_theta);

    float3 ny = direction;
    float3 nx = normalize(cross(ny, float3(1.04,2.93f,-0.6234f)));
    float3 nz = normalize(cross(nx, ny));
    swap(ny,nz);

    float3 res = nx*deviation.x + ny*deviation.y + nz*deviation.z;

    float invSign = dot(direction, hit_norm) > 0.0f ? 1.0f : -1.0f;

    if(invSign*dot(res, hit_norm) < 0.0f)
        res = -nx*deviation.x + ny*deviation.y - nz*deviation.z;

    return res;
}
```


Генерация случайного луча

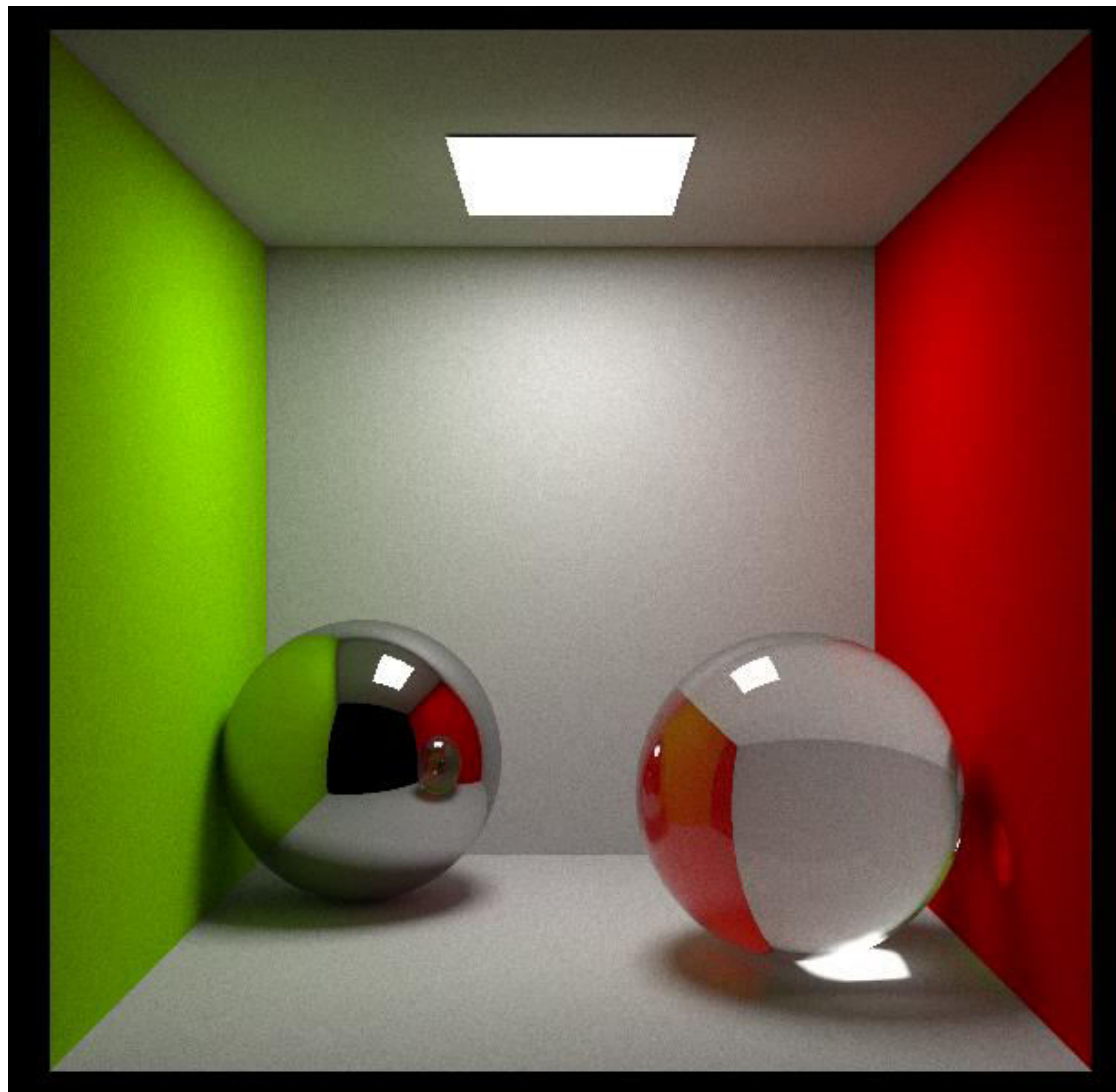
- Правильная ортогонализация Грамма-Шмидта

```
float3 GetPerpendicular(float3 a_vec) const
{
    float3 leastPerpendicular;
    float bestProjection;
    float xProjection = fabs(a_vec.x);
    float yProjection = fabs(a_vec.y);
    float zProjection = fabs(a_vec.z);

    if((xProjection <= yProjection + 1e-5) && (xProjection <= zProjection + 1e-5))
    {
        leastPerpendicular = float3(1, 0, 0);
        bestProjection = xProjection;
    }
    else if((yProjection < xProjection + 1e-5) && (yProjection <= zProjection + 1e-5))
    {
        leastPerpendicular = float3(0, 1, 0);
        bestProjection = yProjection;
    }
    else
    {
        leastPerpendicular = float3(0, 0, 1);
        bestProjection = zProjection;
    }

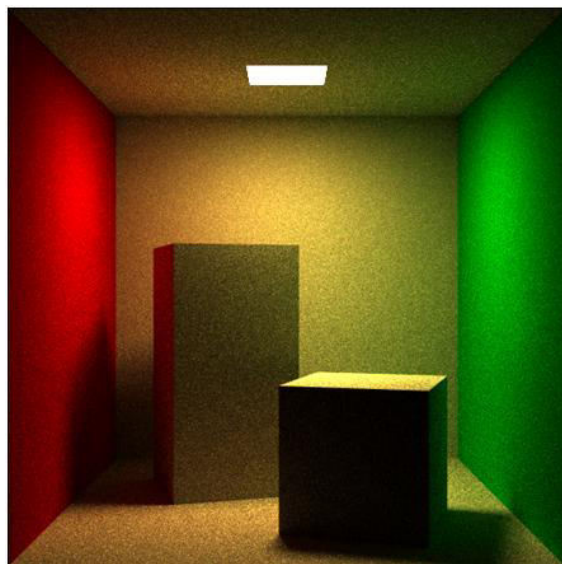
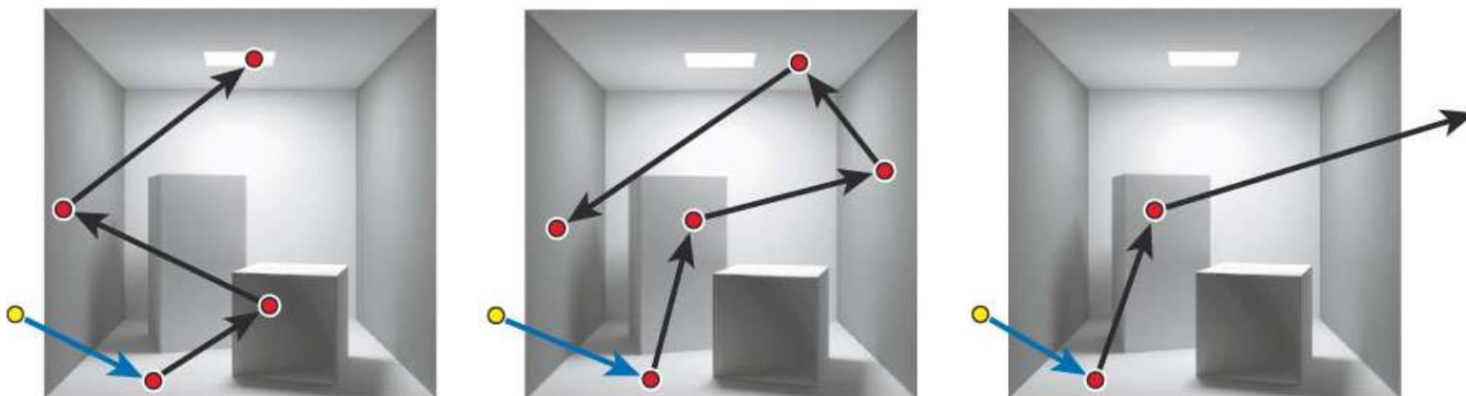
    return normalize(cross(a_vec, leastPerpendicular));
}
```

Пример работы алгоритма



Трассировка путей

- Иллюстрация



Генерация случайного луча

- Не только диффузная BRDF

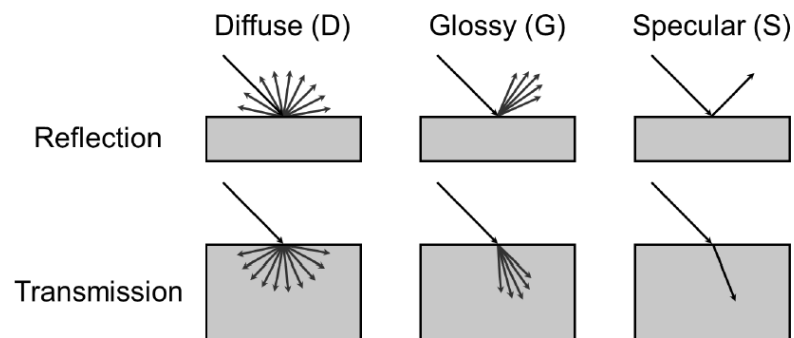
$$\Sigma = kd + ks + kt$$

$$\xi = rnd(0, 1)$$

$$\xi \in [0, \frac{kd}{\Sigma}] \Rightarrow diffuse$$

$$\xi \in [\frac{kd}{\Sigma}, \frac{kd + ks}{\Sigma}] \Rightarrow specular$$

$$\xi \in [\frac{kd + ks}{\Sigma}, 1] \Rightarrow transmission$$



При этом:

Уже не нужно умножать цвет
на коэффициенты kd , ks , kt !

Генерация случайного луча

- Добавляем цвет

$$P_d = \max(kd.r, kd.g, kd.b)$$

$$P_s = \max(ks.r, ks.g, ks.b)$$

$$P_t = \max(kt.r, kt.g, kt.b)$$

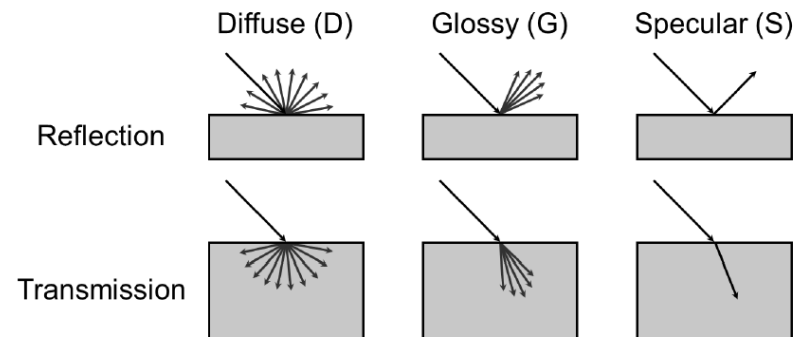
$$\Sigma = P_d + P_s + P_t$$

$$\xi = \text{rnd}(0, 1)$$

$$\xi \in [0, \frac{P_d}{\Sigma}] \Rightarrow \text{diffuse}$$

$$\xi \in [\frac{P_d}{\Sigma}, \frac{P_d + P_s}{\Sigma}] \Rightarrow \text{specular}$$

$$\xi \in [\frac{P_d + P_s}{\Sigma}, 1] \Rightarrow \text{transmission}$$



$$color.r = color.r / (\frac{P_s}{\Sigma})$$

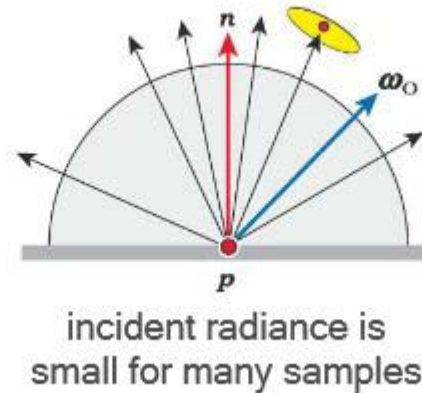
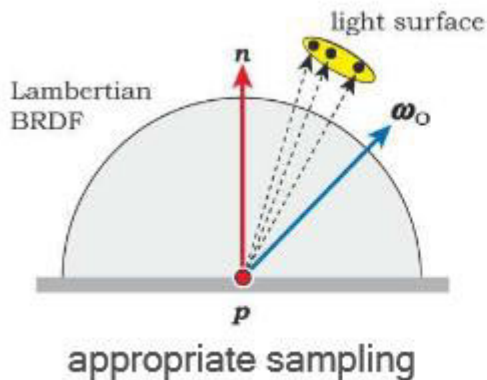
$$color.g = color.g / (\frac{P_s}{\Sigma})$$

$$color.b = color.b / (\frac{P_s}{\Sigma})$$

Трассировка путей

- Добавляем теневые лучи
- Выборка по значимости
- Затухание!

$$\text{float attenuation} = 1/(R * R);$$



diffuse surface

Исходные параметры: ray - Луч, depth - глубина рекурсии

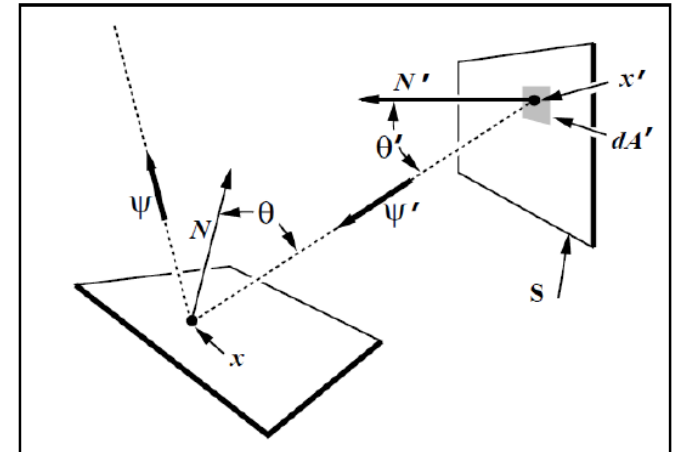
Результат: Монте-Карло выборка значения освещенности

Function *TracePath*(ray: Ray; depth : Integer) : Integer **is**

```
if depth == MAX_DEPTH then
    return Black;
end
hit ← RaySceneIntersection(ray)
if not hit.exists then
    return Black;
end
m ← hit.material
if m.IsLight then
    return Black;
end
lpos ← LightSample(light)
shadow ← Visibility(hit.pos, lpos)
R ← dist(hit.pos, lpos)
sdir ← normalize(lpos - hit.pos)
cosTheta1 ← -dot(sdir, light.norm)
cosTheta2 ← dot(sdir, hit.norm)
implicitP ← light.area * cosTheta1 * cosTheta2 / (π * R2)
newRay.O ← hit.pos
newRay.D ← RandomCosineVectorOf(hit.norm)
BRDF ← m.reflectance
explicitColor ← shadow * BRDF * light.emittance * implicitP
return explicitColor + BRDF * TracePath(newRay, depth + 1);
end
```

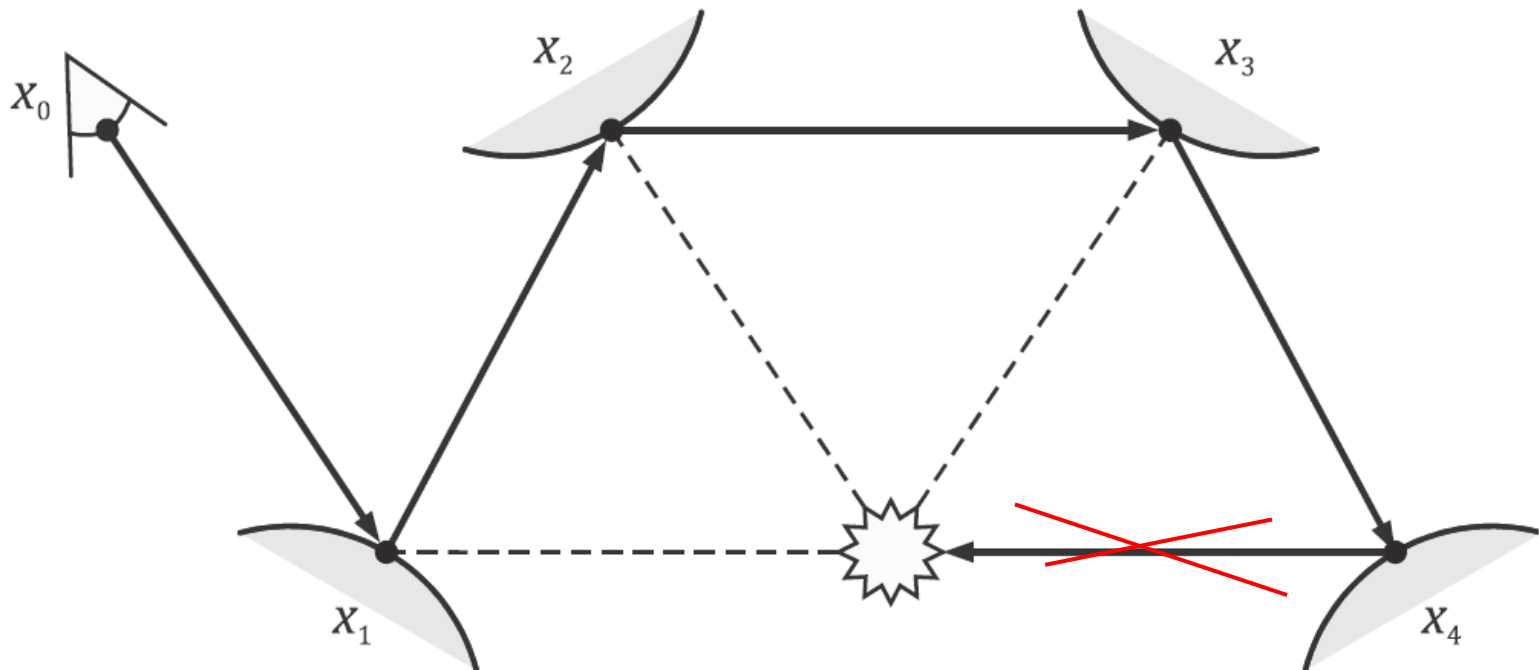
Алгоритм 4: Трассировка путей с теньевыми лучами.

$$I(x, \psi) = \int_{\psi'} R(x, \psi') L(x, \psi') \frac{dA' \cos \theta \cos \theta'}{\|x - x'\|}$$

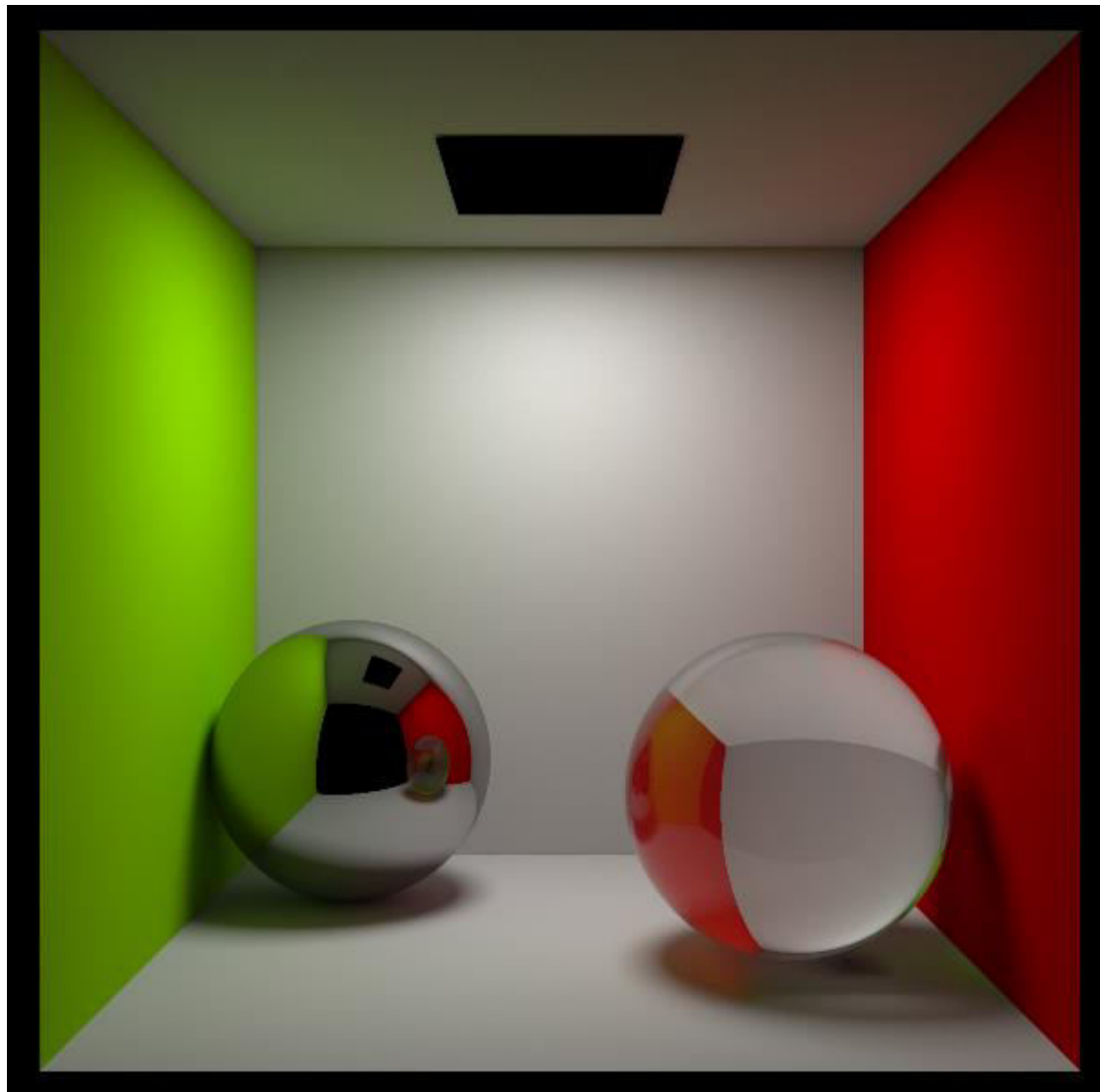


Корректность

- Почему схема работает?
- Только 1 стратегия, нельзя ловить источник!

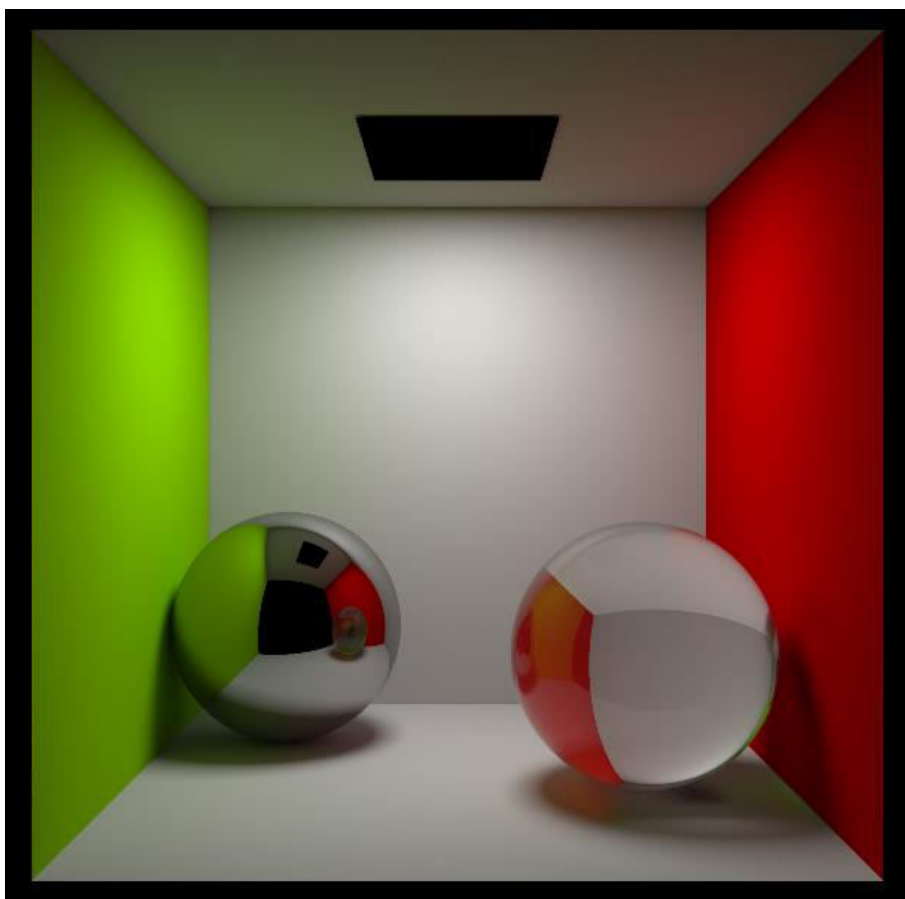


Пример работы алгоритма



Пример работы алгоритма

- Куда делись каустики?



Что дают теневые лучи?

- Сравнение

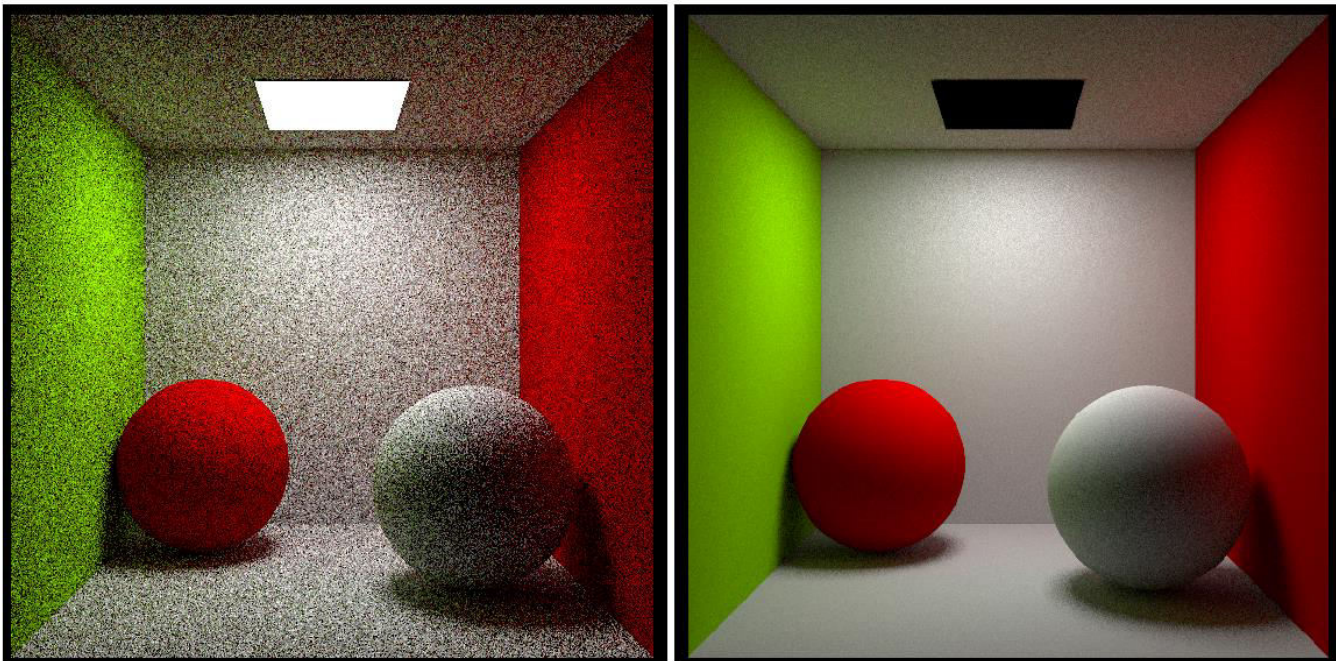
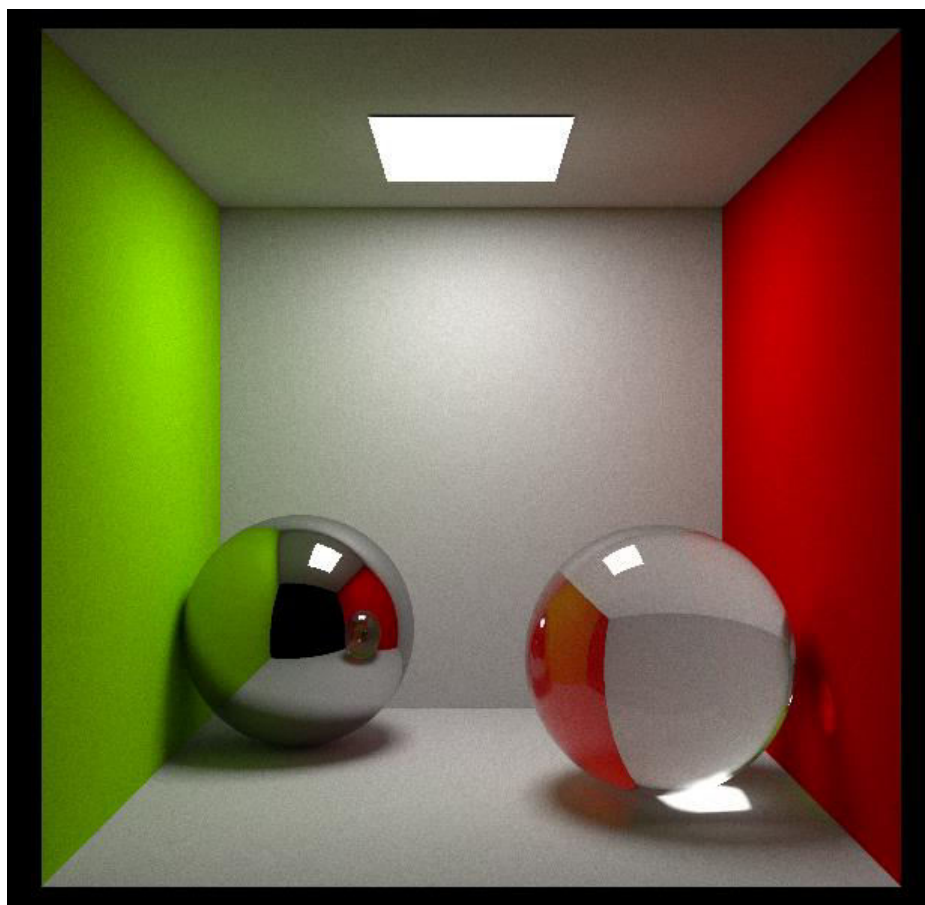


Рис. 1.35. Сравнение простого алгоритма трассировки путей (64 пути на пиксел, слева на изображении) и алгоритма трассировки путей использующего теневые лучи (32 пути на пиксел, справа на изображении). Оба изображения получены за примерно одинаковое время.

Пример работы алгоритма

- Как вернуть каустики?

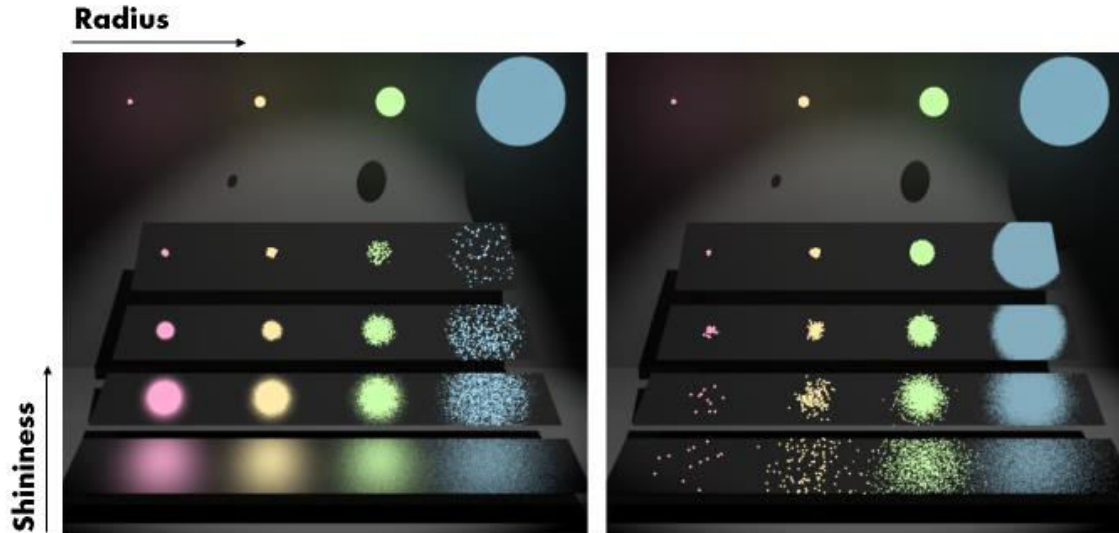


Две стратегии сэмплирования

- Явная
- Неявная

Multiple Importance Sampling

Reflection of a circular light source by a rough surface



Sampling the light source

Sampling the BRDF

$$\int f(x)g(x)dx$$

$$p_i = \cos(\theta)/\pi$$

$$p_e = 1/A$$

$$w_e = \frac{p_e^\beta}{p_i^\beta + p_e^\beta}$$

$$w_i = \frac{p_i^\beta}{p_i^\beta + p_e^\beta}$$

$$\beta = 2$$

Пример работы алгоритма

- Многократная выборка по значимости (MIS)



$$p_i = \cos(\theta) / \pi$$

$$p_e = 1/A$$

$$w_e = \frac{p_e^\beta}{p_i^\beta + p_e^\beta}$$

$$w_i = \frac{p_i^\beta}{p_i^\beta + p_e^\beta}$$

$$\beta = 2$$

Пример работы алгоритма

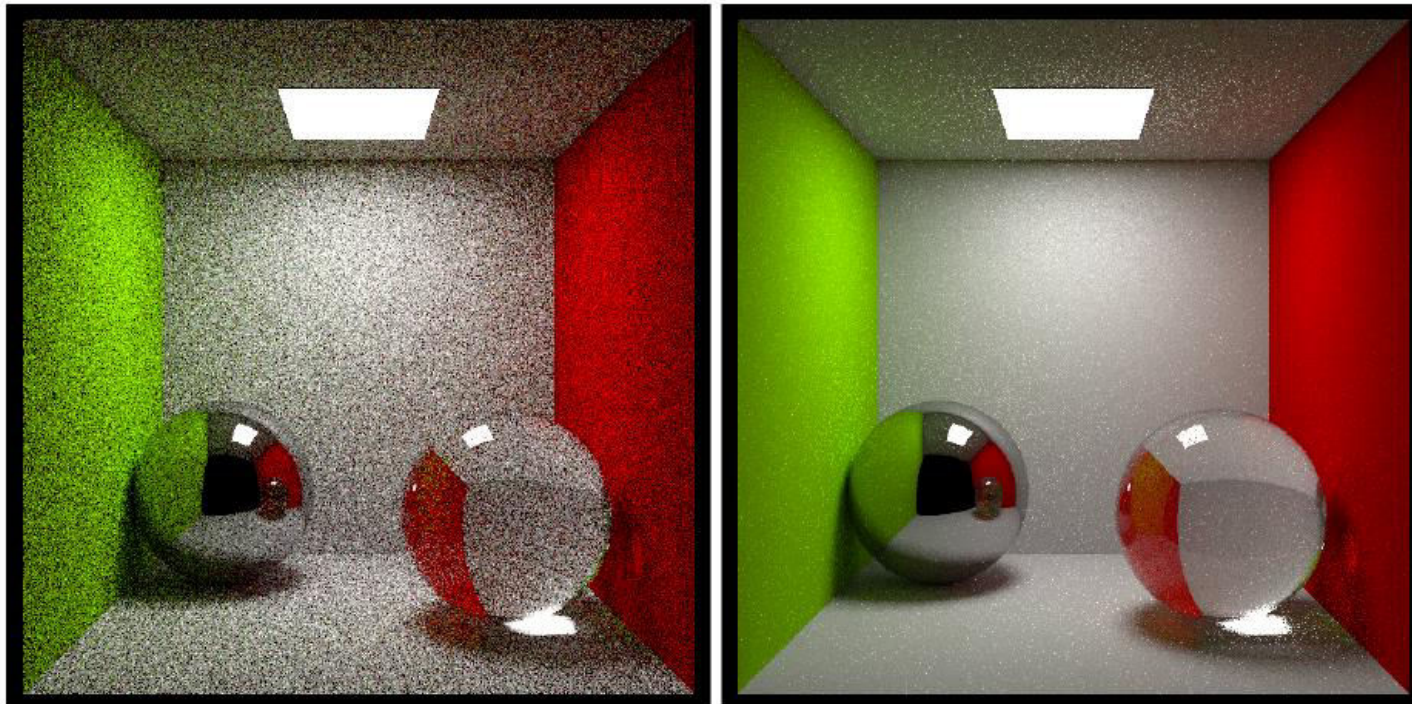


Рис. 1.36. Сравнение простого алгоритма трассировки путей (64 пути на пиксел, слева на изображении) и алгоритма трассировки путей использующего многократную выборку по значимости (32 пути на пиксел, справа на изображении). Обе картинки получены за примерно одинаковое время.

Простой пример реализации <http://ray-tracing.ru/articles229.html>
<http://code.google.com/p/ada-ray-tracer/>

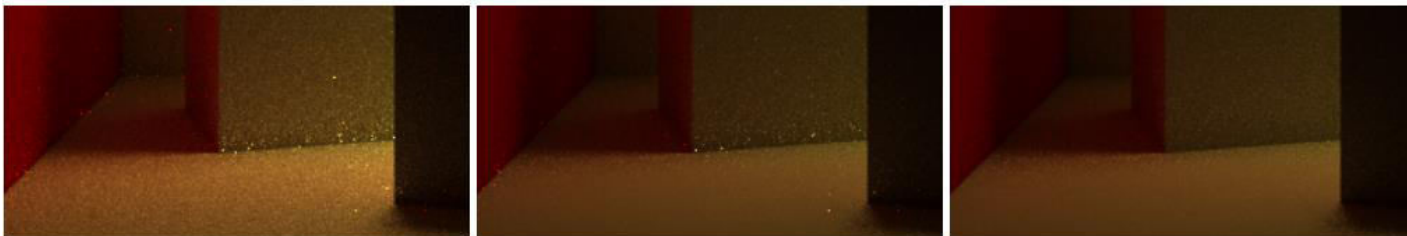
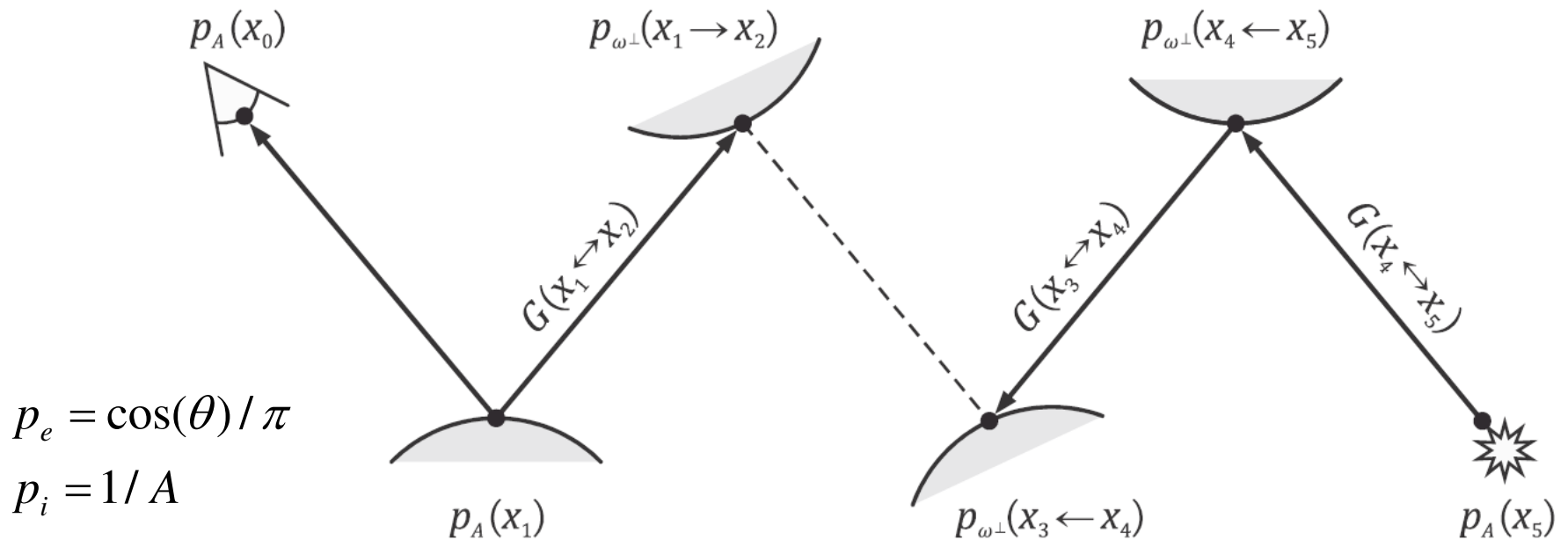
Light Tracing

- Прямая трассировка - LT (Light Tracing)



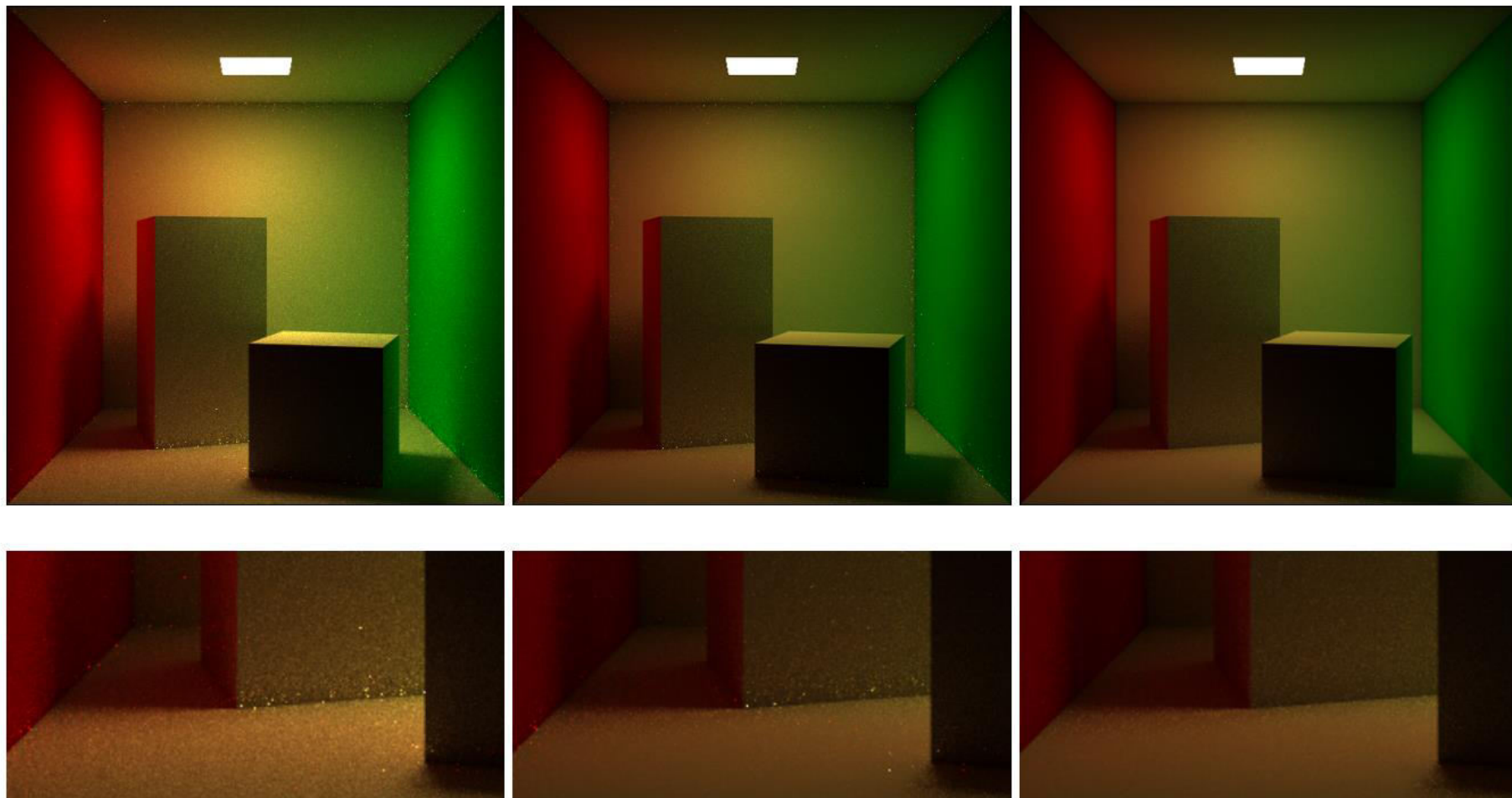
Трассировка путей

- Двунаправленная (BDPT)



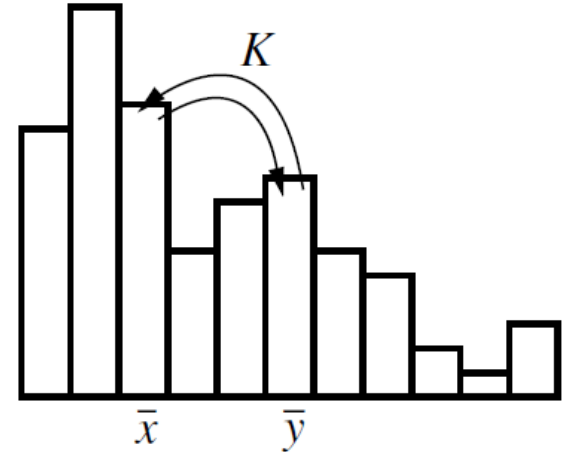
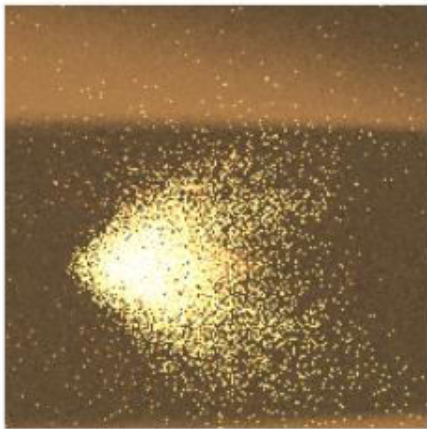
Трассировка путей

- Двухнаправленная (BDPT)

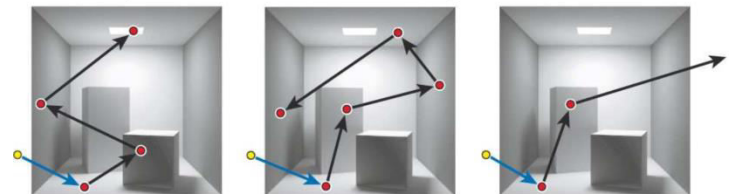


MLT, ERPT

- MLT (Metropolis Light Transport)
- ERPT (Energy Redistribution Path Tracing)



$$K(\bar{y}|\bar{x}) = K(\bar{x}|\bar{y}).$$



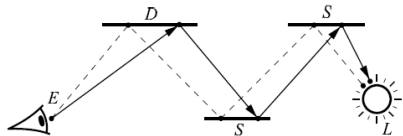
MLT, ERPT

- MLT (Metropolis Light Transport)
- ERPT (Energy Redistribution Path Tracing)

$$T(\bar{y} | \bar{x}) = p(\bar{y} \xrightarrow{\text{next}} \bar{x})$$

$$a(\bar{y} | \bar{x}) = \min\left\{1, \frac{f(\bar{y})T(\bar{x} | \bar{y})}{f(\bar{x})T(\bar{y} | \bar{x})}\right\}$$

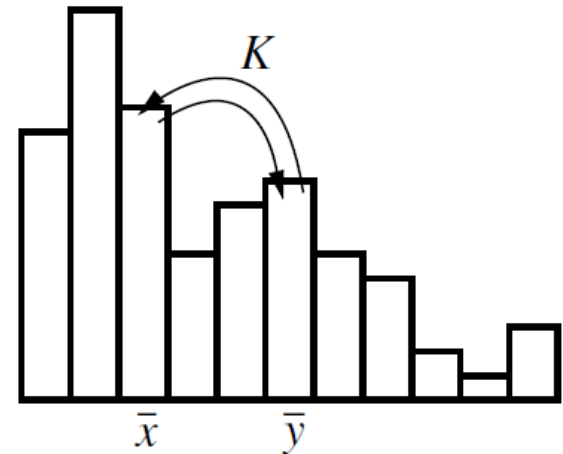
$$1 - a(\bar{y} | \bar{x})$$



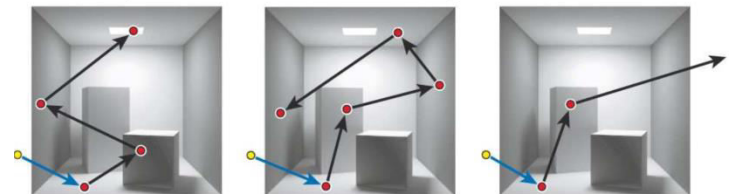
```

 $\bar{x} \leftarrow \text{INITIALPATH}()$ 
 $image \leftarrow \{ \text{array of zeros} \}$ 
for  $i \leftarrow 1$  to  $N$ 
     $\bar{y} \leftarrow \text{MUTATE}(\bar{x})$ 
     $a \leftarrow \text{ACCEPTPROB}(\bar{y} | \bar{x})$ 
    if  $\text{RANDOM}() < a$ 
        then  $\bar{x} \leftarrow \bar{y}$ 
     $\text{RECORDSAMPLE}(image, \bar{x})$ 
return  $image$ 

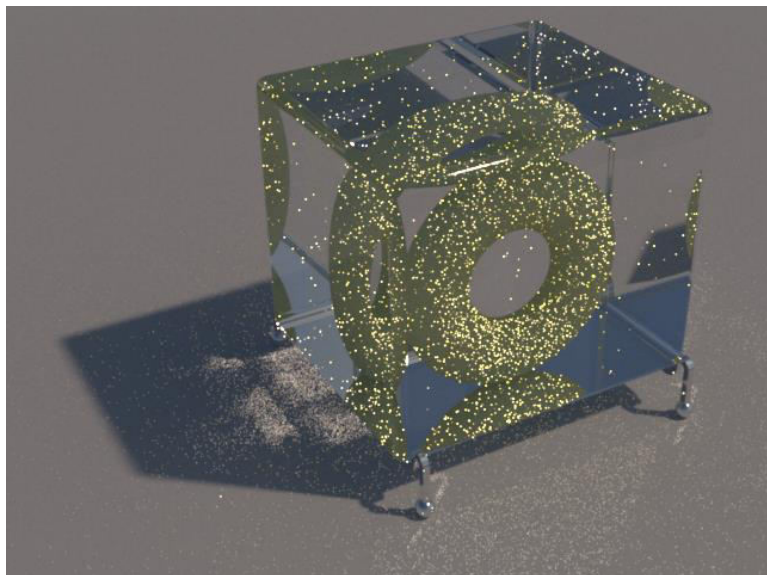
```



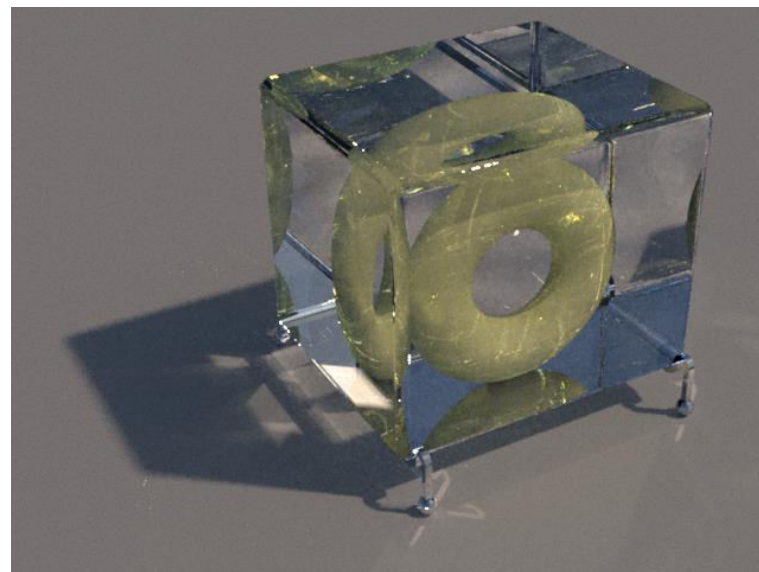
$$K(\bar{y} | \bar{x}) = K(\bar{x} | \bar{y}).$$



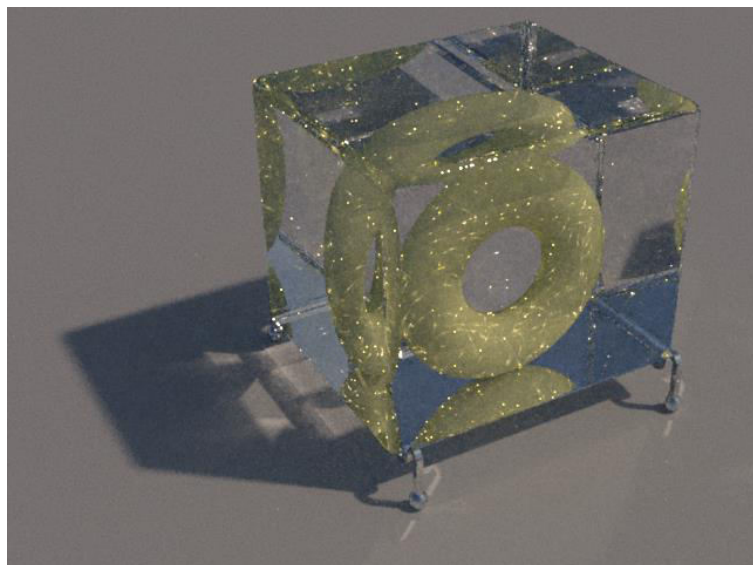
BDPT



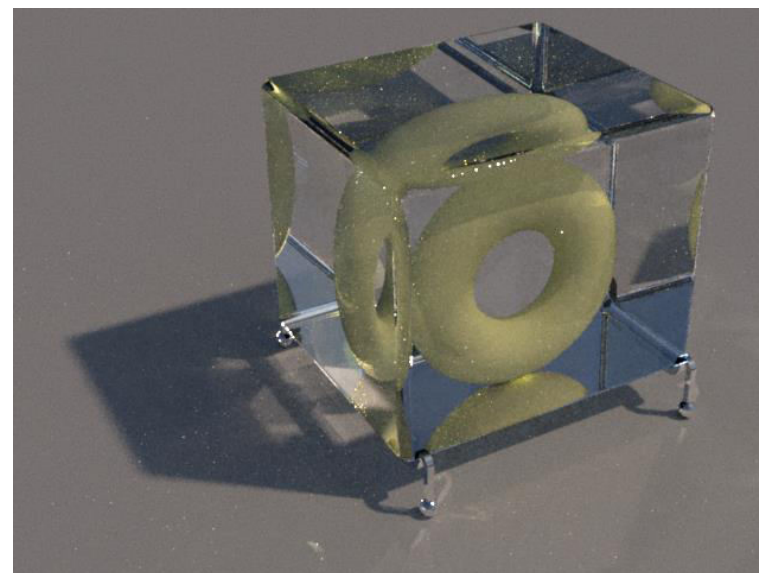
MLT1



ERPT



MLT2



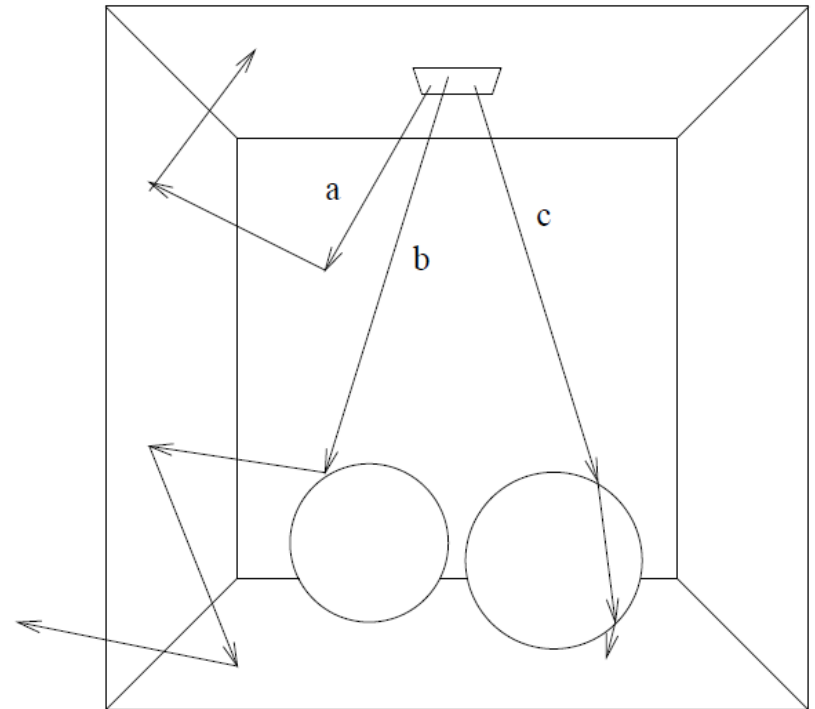
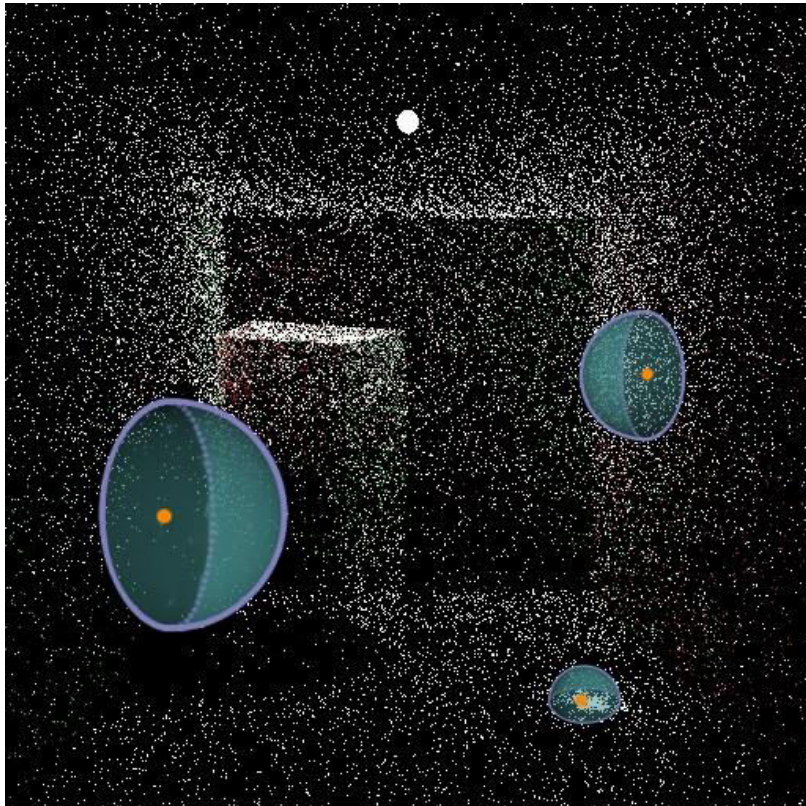
Время рендеринга (~ 20 минут на CPU)

Монте-Карло Трассировка



Фотонные карты

- Трассировка + сбор освещенности



Фотонные карты

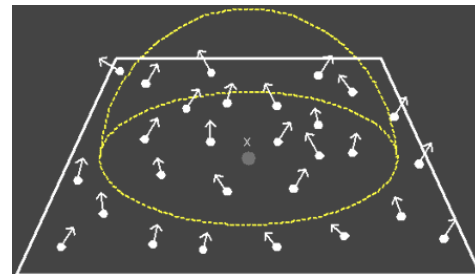
- Дифференциальный поток можно аппроксимировать суммой энергий фотонов в окрестности

$$I(\varphi_r, \theta_r) = \int_{\varphi_i} \int_{\theta_i} L(\varphi_i, \theta_i) R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i}) d\varphi_i d\theta_i$$

$$L(\varphi_i, \theta_i) = \frac{d^2\Phi}{\cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i}) d\varphi_i d\theta_i dA}$$

$$I(\varphi_r, \theta_r) = \int_{\varphi_i} \int_{\theta_i} \frac{d^2\Phi}{\cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i}) d\varphi_i d\theta_i dA} R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \cos(n, l_{\varphi_i, \theta_i}) d\varphi_i d\theta_i$$

$$I(\varphi_r, \theta_r) = \int_{\varphi_i} \int_{\theta_i} R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \frac{d^2\Phi}{dA}$$

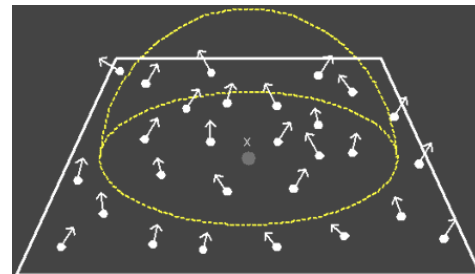


Фотонные карты

- В результате получаем сумму K ближайших фотонов

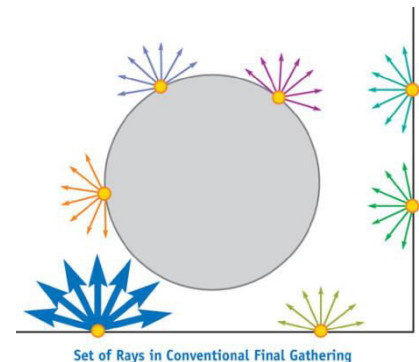
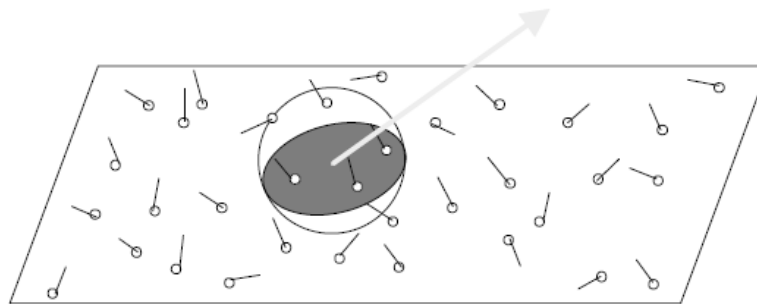
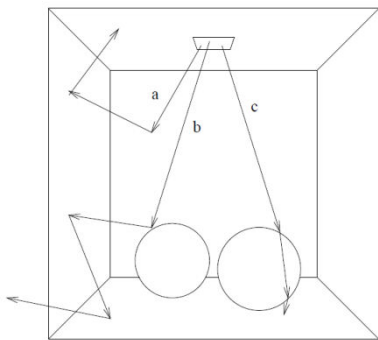
$$I(\varphi_r, \theta_r) = \int \int_{\varphi_i, \theta_i} R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \frac{d^2\Phi}{dA}$$

$$I(\varphi_r, \theta_r) \approx \frac{1}{\pi r^2} \sum_1^K R(\varphi_i, \theta_i, \varphi_r, \theta_r) \Delta\Phi(\varphi_i, \theta_i)$$



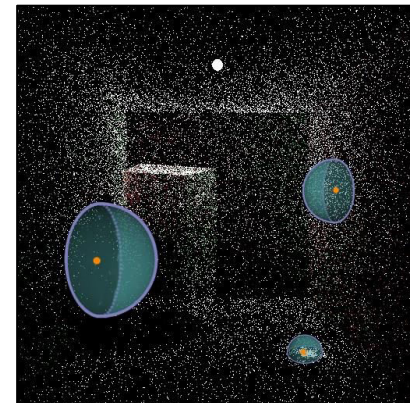
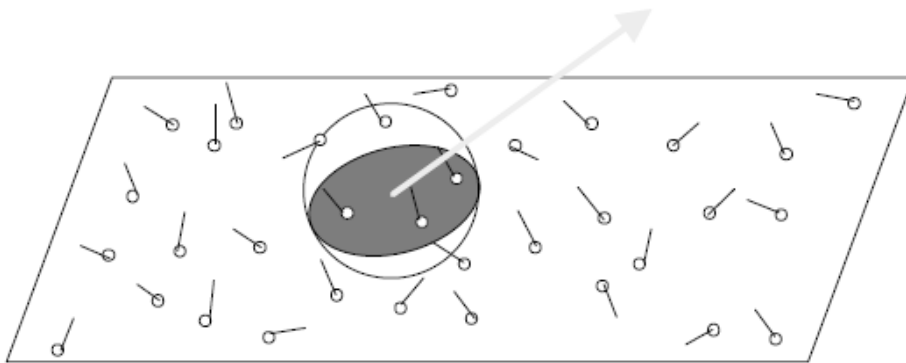
Фотонные карты

- Трассировка фотонов
- Построение ускоряющих структур
- Обратная трассировка и сбор освещенности
 - Возможна Монте-Карло трассировка (FG)



Фотонные карты

- Отличия от Light Tracing и BDPT
 - Фотоны переносят порции энергии
 - Вклад фотона учитывается на площади не 0-го размера!
 - Но трассируются фотоны как обычные лучи
 - Русская рулетка

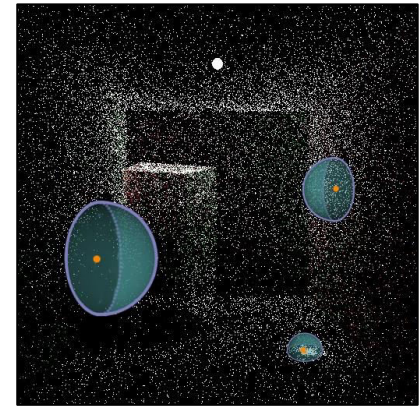
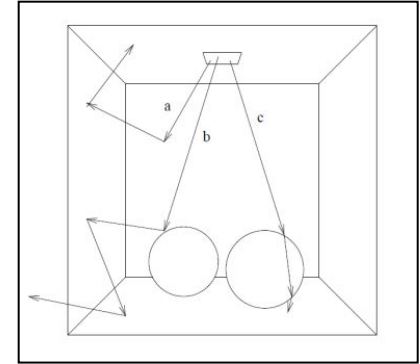


Фотонные карты

- Русская рулетка
 - Не модифицируем энергию фотона при отражении!

$\xi \in [0, d]$	→	diffuse reflection
$\xi \in]d, s + d]$	→	specular reflection
$\xi \in]s + d, 1]$	→	absorption

- Сохранение
 - Только на диффузных поверхностях
 - Каждый фотон может быть сохранен много раз



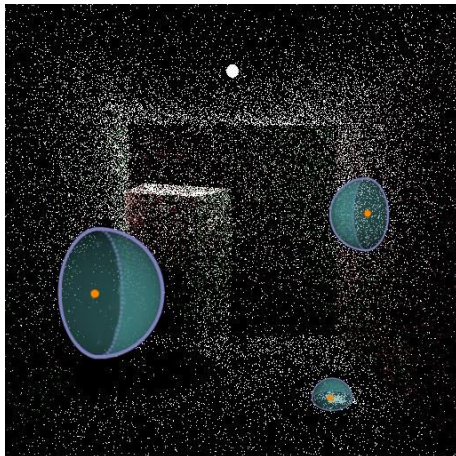
Фотонные карты

- Два метода сбора освещенности
 - k-ближайших
 - Фиксированный радиус
- Два метода визуализации
 - Прямая визуализация
 - Финальный сбор
- Три фотонные карты
 - Диффузная
 - Каустическая
 - Объемная (для объемных эффектов)

Фотонные карты

- К-ближайших

```
kdtree *balance( points ) {
    Find the cube surrounding the points
    Select dimension dim in which the cube is largest
    Find median of the points in dim
    s1 = all points below median
    s2 = all points above median
    node = median
    node.left = balance( s1 )
    node.right = balance( s2 )
    return node
}
```



given the photon map, a position x and a max search distance d^2
 this recursive function returns a heap h with the nearest photons.
 Call with `locate_photons(1)` to initiate search at the root of the kd-tree

```
locate_photons( p ) {
    if ( 2p+1 < number of photons ) {
        examine child nodes
        Compute distance to plane (just a subtract)
         $\delta$  = signed distance to splitting plane of node  $n$ 
        if (  $\delta < 0$  ) {
            We are left of the plane - search left subtree first
            locate_photons( 2p )
            if (  $\delta^2 < d^2$  )
                locate_photons( 2p+1 )    check right subtree
        } else {
            We are right of the plane - search right subtree first
            locate_photons( 2p+1 )
            if (  $\delta^2 < d^2$  )
                locate_photons( 2p )    check left subtree
        }
    }

    Compute true squared distance to photon
     $\delta^2$  = squared distance from photon  $p$  to  $x$ 
    if (  $\delta^2 < d^2$  ) {
        Check if the photon is close enough?
        insert photon into max heap  $h$ 
        Adjust maximum distance to prune the search
         $d^2$  = squared distance to photon in root node of  $h$ 
    }
}
```

Фотонные карты

- Структуры данных

```
struct Photon // 20 байт
```

```
{
    float3 pos;
    char   color[4];
    float  phi, theta;
    short  flag;
}
```

```
uint encodeNormal(float3 n)
```

```
{
    short x = (short)(n.x*32767.0f);
    short y = (short)(n.y*32767.0f);

    ushort sign = (n.z >= 0) ? 0 : 1;

    int sx = (int)(x & 0xffff) | sign;
    int sy = (int)(y & 0xffff) << 16;

    return (sx | sy);
}
```

```
struct Photon // 24 байта
```

```
{
    float3 pos;
    uint   compressedNorm;
    half4  color; // или uchar4
}
```

```
float3 decodeNormal(uint a_data)
```

```
{
    const float divInv = 1.0f/32767.0f;

    short2 a_enc;
    a_enc.x = short(a_data & 0x0000FFFF);
    a_enc.y = short(int(a_data & 0xFFFF0000) >> 16);

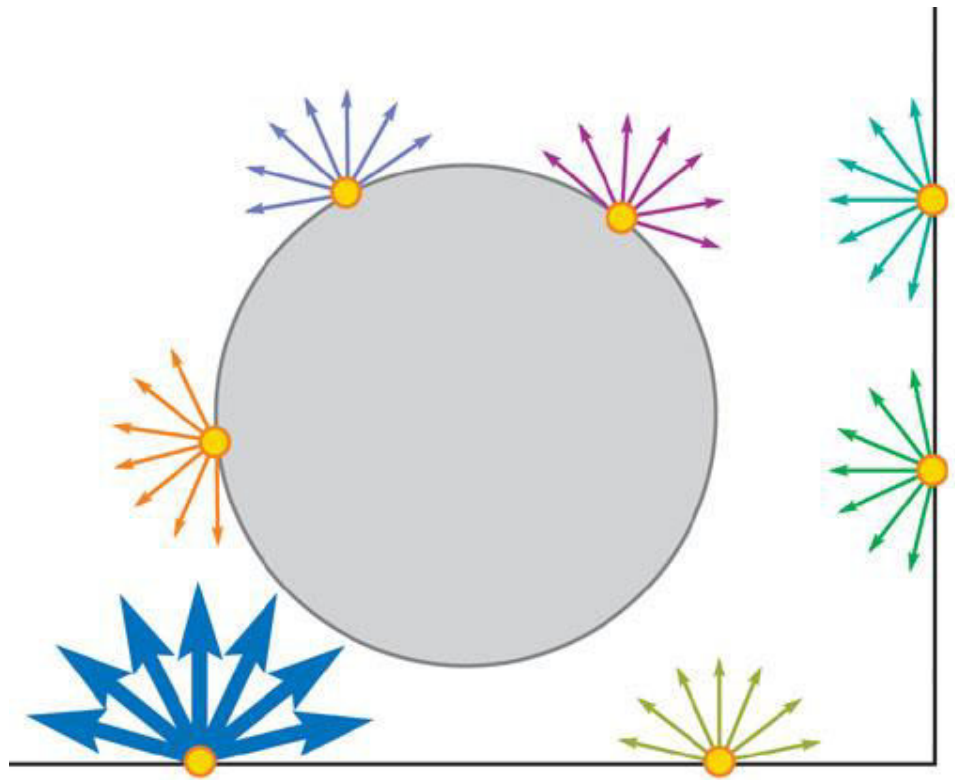
    float sign = (a_enc.x & 0x0001) ? -1.0f : 1.0f;
    float x = short(a_enc.x & 0xffff)*divInv;
    float y = short(a_enc.y & 0xffff)*divInv;
    float z = sign*sqrtf(fmaxf(1.0f-x*x-y*y, 0.0f));
    return float3(x,y,z);
}
```

Фотонные карты

- Проблемы
 - Память (Сжатие, ppm)
 - Но сжатие может снизить скорость сбора!
 - Скорость (упростить алгоритм сбора)
 - Но это снизит точность!
 - Темные углы (Convex Hull, FG)
 - Снижает скорость
 - Бесполезные фотоны
 - Пометка видимых поверхностей
 - Частицы видимости (память)

Фотонные карты

- Финальный сбор



Set of Rays in Conventional Final Gathering

Фотонные карты

- Беспользные фотоны
 - Карты проекций
 - Определение видимых поверхностей
 - Простая пометка
 - Частицы видимости

Фотонные карты

- Прогрессивные фотонные карты (PPM)

PPM Radius Update Rule

$$\frac{r_{i+1}^2}{r_i^2} = \frac{N_i + \alpha M_i}{N_i + M_i}$$


Local Statistics

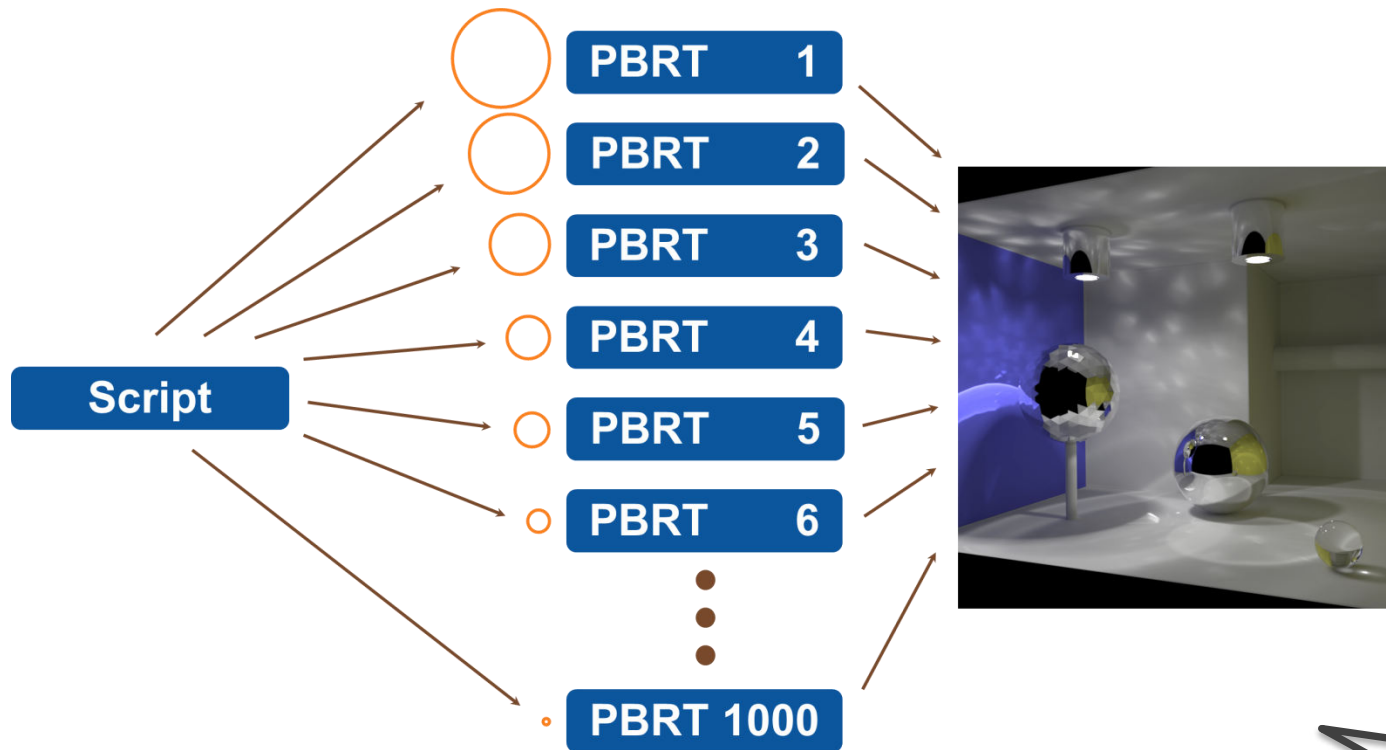
Our Radius Sequence

$$\frac{r_{i+1}^2}{r_i^2} = \frac{i + \alpha}{i + 1}$$

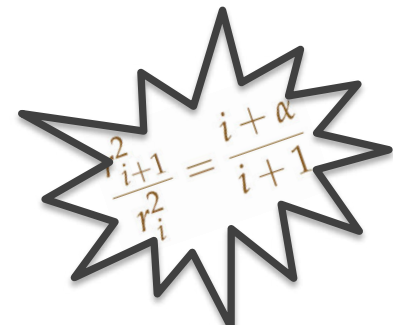
No Local Statistics!

Фотонные карты

- Прогрессивные фотонные карты (PPM)



<http://users-cs.au.dk/toshiya/starpm2012/>



Фотонные карты

- Прогрессивные фотонные карты (PPM)

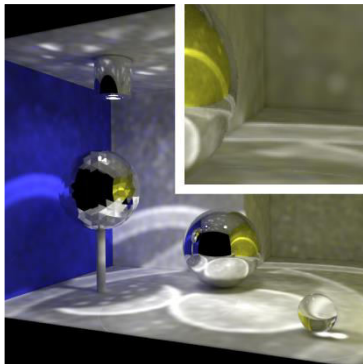


Image 1

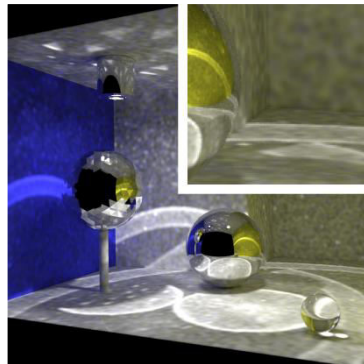


Image 10

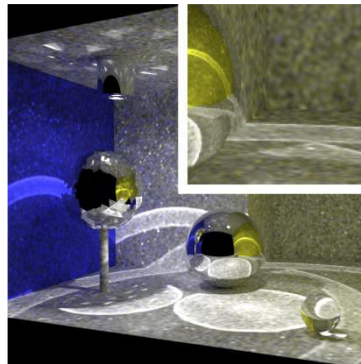


Image 100

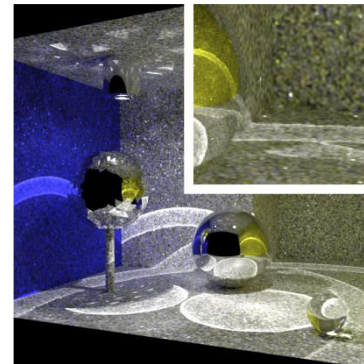
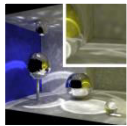


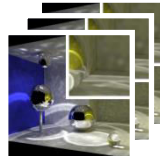
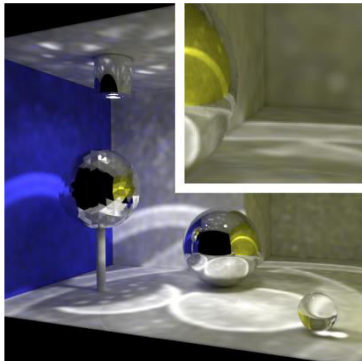
Image 1000

Фотонные карты

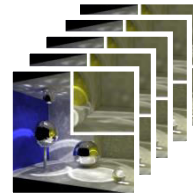
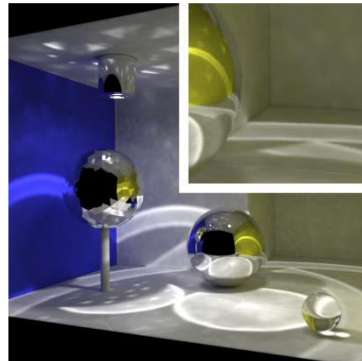
- Прогрессивные фотонные карты (PPM)



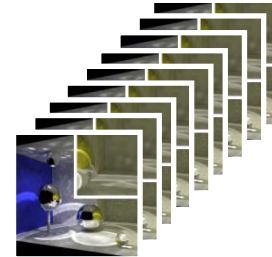
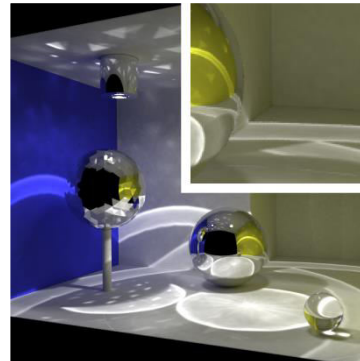
1



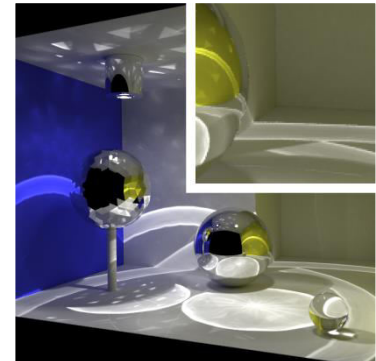
1—10



1—100

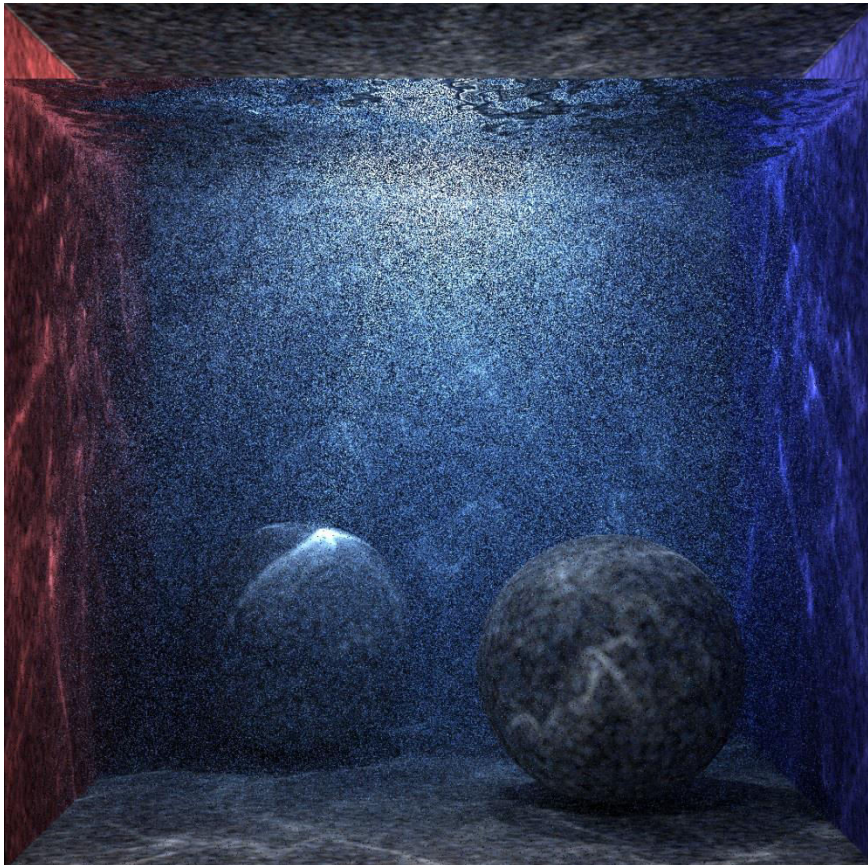


1—1000



Фотонные карты

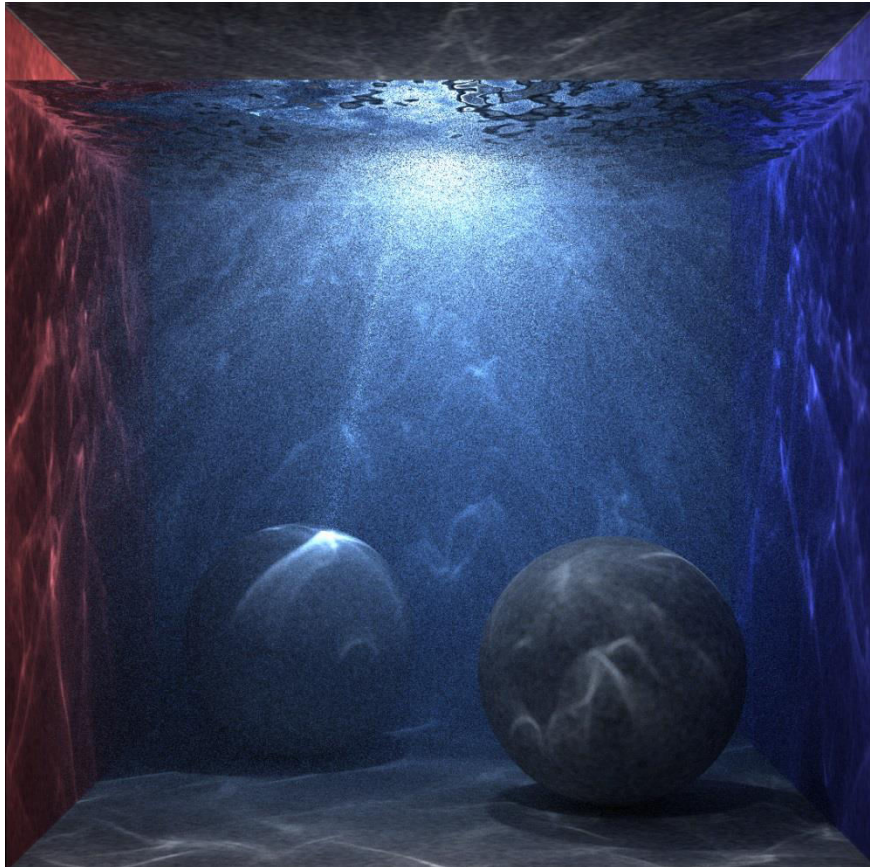
- 2 миллиона фотонов



$$\frac{r_{i+1}^2}{r_i^2} = \frac{i + \alpha}{i + 1}$$

Фотонные карты

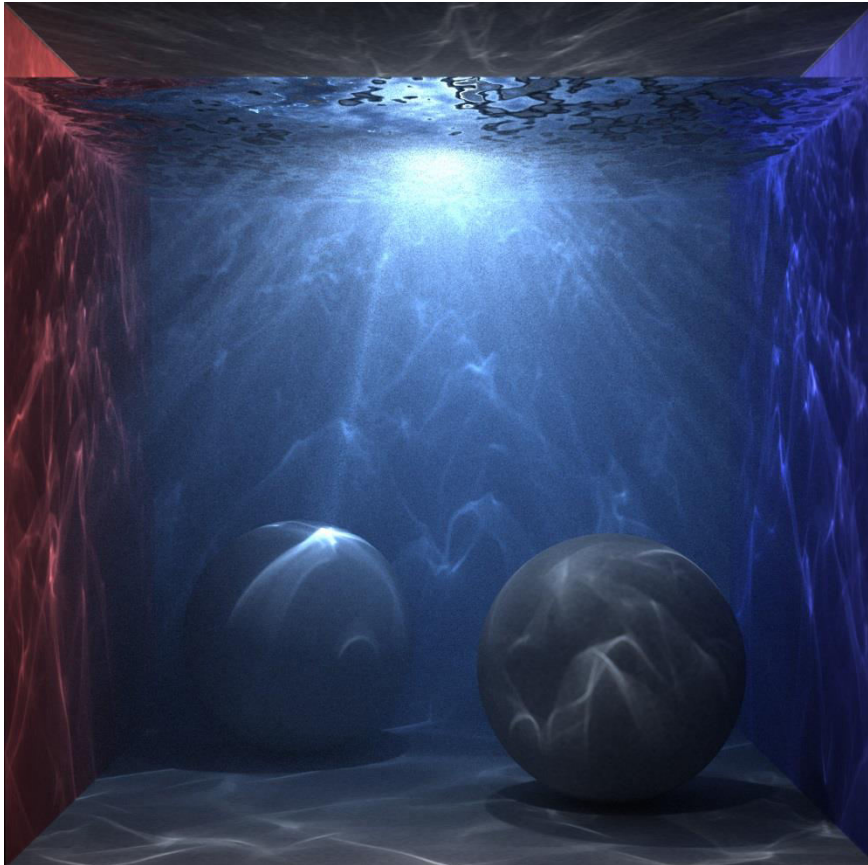
- 20 миллиона фотонов (10 итераций)



$$\frac{r_{i+1}^2}{r_i^2} = \frac{i + \alpha}{i + 1}$$

Фотонные карты

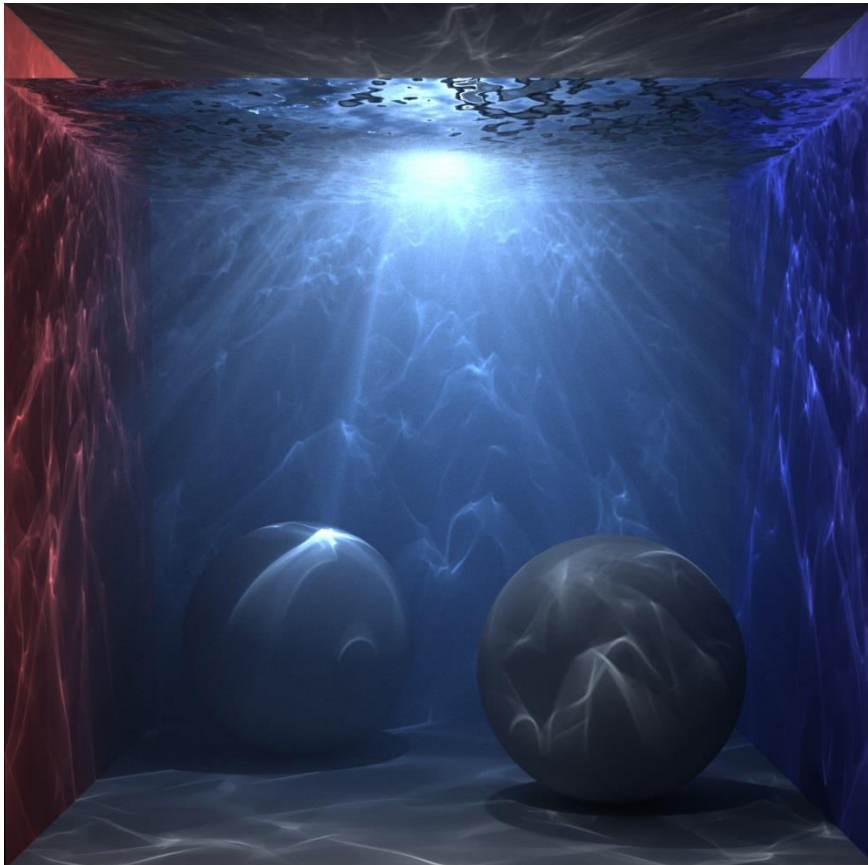
- 200 миллионов фотонов (100 итераций)



$$\frac{r_{i+1}^2}{r_i^2} = \frac{i + \alpha}{i + 1}$$

Фотонные карты

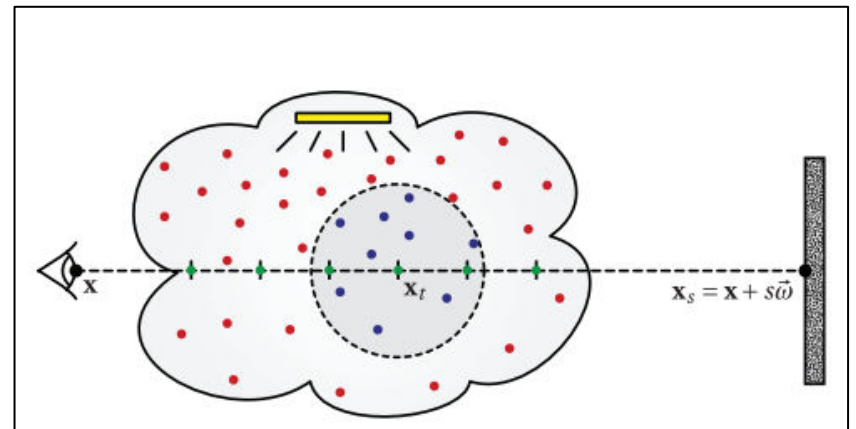
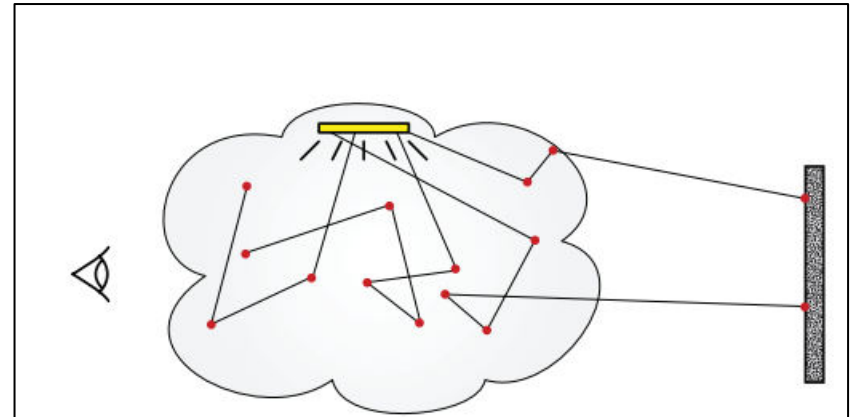
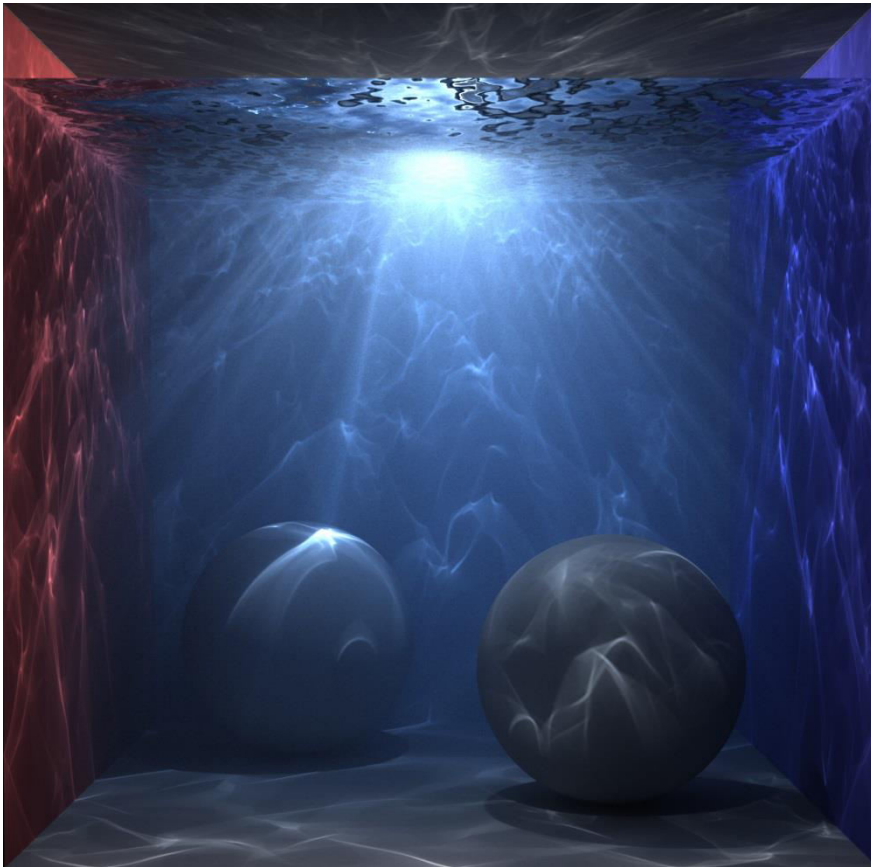
- 2 миллиарда фотонов (1000 итераций)



$$\frac{r_{i+1}^2}{r_i^2} = \frac{i + \alpha}{i + 1}$$

Фотонные карты

- 2 миллиарда фотонов (1000 итераций)

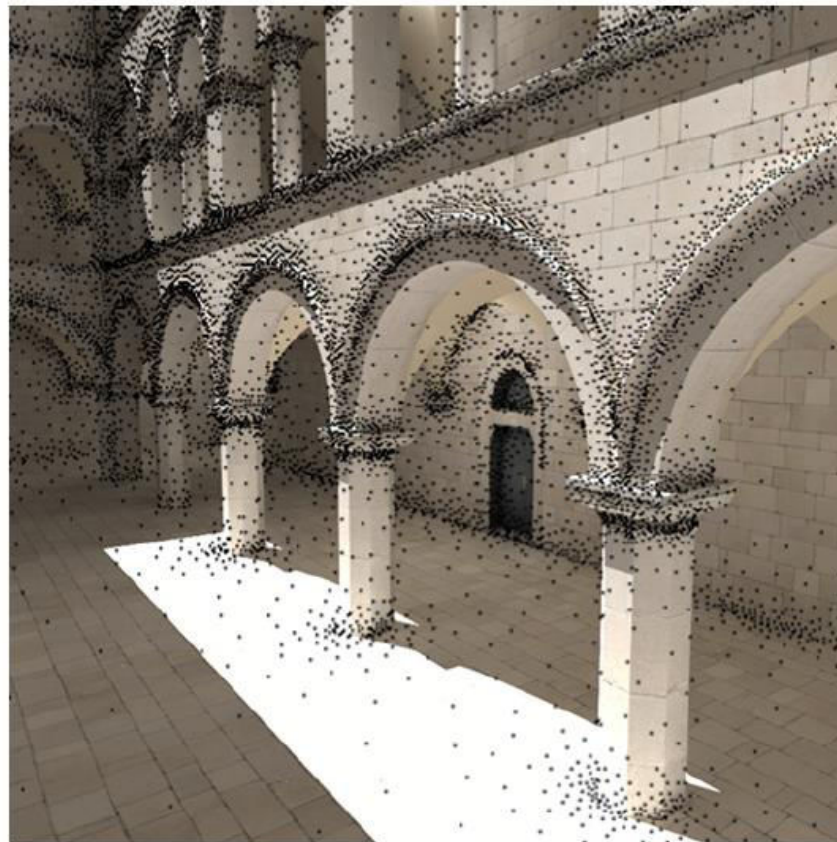


Вопросы



- В чем отличие фотонных карт от BDPT?
 - Русская рулетка, порции энергии, площадь
- В чем особенность русской рулетки?
 - Стохастическое отражение
- Способы сбора освещенности?
 - К-ближайших, фикс. Радиус
- Какие типы фотонных карт используются?
 - Диффузная, каустическая, объемная

Кэш освещенности



Кэш освещенности

Algorithm 5 Lazy irradiance evaluation used in irradiance caching.

function IrradianceCaching(**p**, **n**)

if one or more irradiance values can be used for interpolation at **p** **then**
 return irradiance interpolated from the cached values.

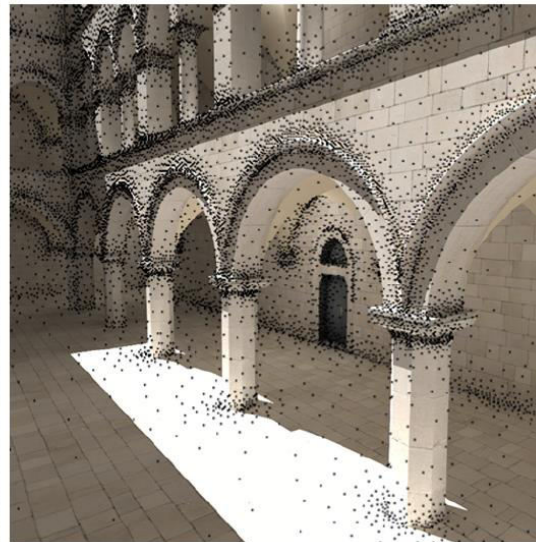
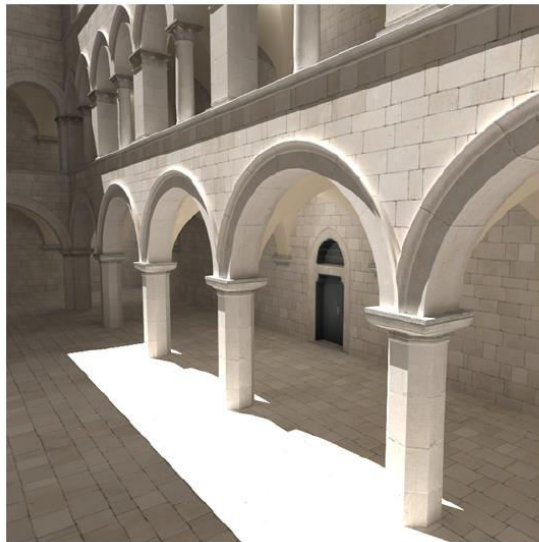
else

 Compute new irradiance value and gradients by hemisphere sampling.
 Store the value with gradients as a new record in the cache.

return the new irradiance value.

end if

end function

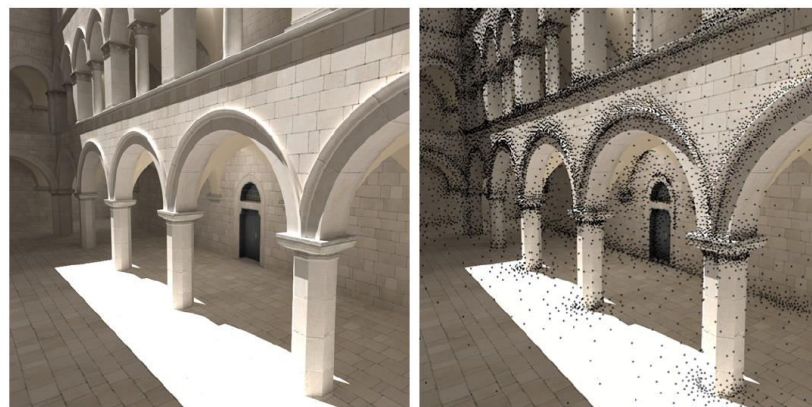


Кэш освещенности

- Тонкости
 - Оценка точности
 - Вычисление радиуса валидности

Algorithm 5 Lazy irradiance evaluation used in irradiance caching.

```
function IrradianceCaching(p, n)  
  if one or more irradiance values can be used for interpolation at p then  
    return irradiance interpolated from the cached values.  
  else  
    Compute new irradiance value and gradients by hemisphere sampling.  
    Store the value with gradients as a new record in the cache.  
    return the new irradiance value.  
  end if  
end function
```



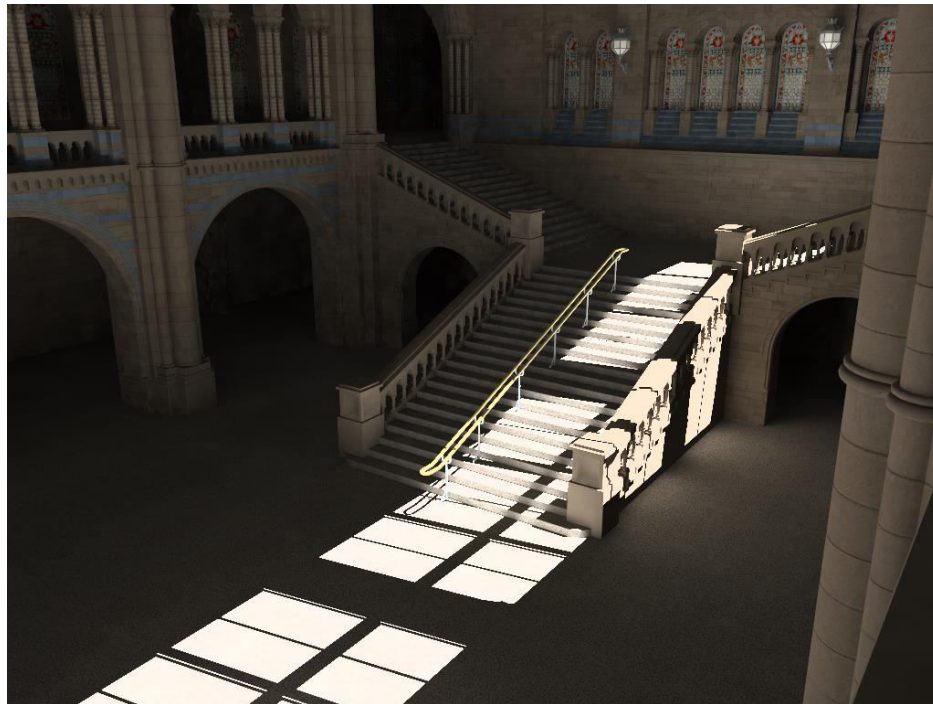
Кэш освещенности



Кэш освещенности + FG



Кэш освещенности + FG



Параллельность

- Как распараллеливать рассмотренные методы?



Резюме (ИМХО):

Оценка в формате:

функциональность/ скорость / простота

- Наиболее практичные подходы:

- РТ (без теневых лучей) 10/2/10

- РТ + LT 8/8/8

- Просто PPM 10/5/5

- РТ + PPM для каустиков 10/8/5

- (РТ + РМ + FG + IC) + PPM для каустиков 10/10/2

- Для FG необходимо делать Irradiance Maps

- Или Recursive IC

